

SÉRIE A, n° 269

N° d'ordre

293

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR

LI HEN

Licencié es Sciences Mathématiques

Stagiaire à l'Observatoire de Paris

Élève de l'Institut Franco-Chinois

1^{re} THÈSE. - RECHERCHES STATISTIQUES SUR LES CÉPHÉIDES

2^e THÈSE. - EQUATIONS CANONIQUES D'HAMILTON.

Soutenues le 9 juillet 1933 devant la Commission d'Examen

MM. ESCLANGON *Président*

CHAZY

LAMBERT

} *Examineurs*

Librairie L. RODSTEIN

17, rue Cujas

PARIS

—
1933



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553009_0070

SÉRIE A, n° 269

N° d'ordre

293

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR

LI HEN

Licencié ès Sciences Mathématiques

Stagiaire à l'Observatoire de Paris

Élève de l'Institut Franco-Chinois

1^{re} THÈSE. - RECHERCHES STATISTIQUES SUR LES CÉPHÉIDES

2 THÈSE. - EQUATIONS CANONIQUES D'HAMILTON.

Soutenues le juillet 1933 devant la Commission d'Examen

MM. ESCLANGON *Président*

CHAZY

LAMBERT

} *Examineurs*

Librairie L. RODSTEIN

17, rue Cujas

PARIS

—
1933



Faculté des Sciences de l'Université de Paris

MM.

Doyen C. MAURAIN, *Professeur*, Physique du globe.

Doyen honoraire M. MOLLIARD.

Professeurs honoraires

H. LE CHATELIER.
H. LEBESGUE.
A. FERNBACH.
A. LEDUC.
Emile PICARD.
Rémy PERRIER
Léon BRILLOUIN.
A. DEREIMS.

E. GOURSAT Analyse supérieure et algèbre supérieure.
P. JANET Electrotechnique générale.
F. WALLERANT Minéralogie.
P. PAINLEVÉ Mécanique analytique et mécanique céleste.
Gabriel BERTRAND Chimie biologique
M^{me} P. CURIE Physique générale et radioactivité.
M. CAULLERY Zoologie (Evolution des êtres organisés).
G. URBAIN Chimie générale.
Emile BOREL Calcul des probabilités et Physique mathém.
L. MARCHIS Aviation
Jean PERRIN Chimie Physique.
H. ABRAHAM Physique.
E. CARTAN Géométrie supérieure.
M. MOLLIARD Physiologie végétale.
L. LAPICQUE Physiologie générale.
E. VESSIOT Théorie des fonctions et théorie des trans-
formations

Professeurs

A. COTTON Physique.
J. DRACH Application de l'analyse à la géométrie.
Charles FABRY Physique.
Charles PÉREZ Zoologie..
Léon BERTRAND Géologie structurale et géologie appliquée.
P.-A. DANGEARD Botanique.
R. LESPIEAU Théories chimiques.
Paul MONTEL Mécanique rationnelle.
P. WINTREBERT Anatomie et histologie comparées.
E. RABAUD Biologie expérimentale.
O. DUBOSQ Biologie maritime.
P. PORTIER Physiologie comparée.
E. BLAISE Chimie organique.
G. JULIA Calcul différentiel et calcul intégral.
L. LUTAUD Géographie physique et géologie dynami-
que.

Eugène BLOCH Physique théorique et physique céleste.
Henri VILLAT Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB Géologie.
P. PASCAL Chimie minérale.
V. AUGER Chimie appliquée.
H. BÉNARD Mécanique expérimentale des fluides.
E. ESCLANGON Astronomie.
L. BLARINGHEM Botanique.
C. MAUGUIN Minéralogie.
A. DENJOY Mathématiques générales.
A. DUFOUR Physique (P. C. N.).
A. GUILLIERMOND Botanique (P. C. N.).
H. BÉCHIN Mécanique physique et expérimentale.
De BROGLIE Théories physiques.
G. RIBAUD Hautes températures.

E. PÉCHARD Chimie (Enseig. P. C. N.).
A. GUILLET Physique.
M. GUICHARD Chimie minérale.
A. MICHEL-LÉVY Pétrographie.
G. BRUHAT Physique.
E. DARMOIS Physique.
A. DEBIÈRE Radioactivité.
L. DUNOYER Optique appliquée.
M. JAVILLIER Chimie biologique.
L. JOLEAUD Paléontologie.
H. MOUTON Chimie physique.
F. PICARD Zoologie (Evolution des
êtres organisés).
ROBERT-LÉVY Zoologie.
M. FRÉCHET Calcul des Probabilités
et Physique mathémat.
FOCH Mécanique expérimentale
des fluides.

PAUTHENIER Physique (P. C. N.).
Mme RAMART-LUCAS Chimie organique.
CHRÉTIEN Optique appliquée.
FREUNDLER Chimie (P. C. N.).
P. JOB Chimie générale.
LABROUSTE Physique du Globe.
PRENANT Zoologie.
VILLEY Mécanique physique et
expérimentale.
BOHN Zoologie (P. C. N.).
COMÈS Sciences natur. (P.C.N.).
GARNIER Mécanique rationnelle.
PÉRÉS Mécanique des fluides.
HACKSPILL Chimie (P. C. N.).
LAUGIER Physiologie générale.
TOUSSAINT Technique Aéronautique.
M. CURIE Physique (P. C. N.).

Secrétaire A. PACAUD.

Secrétaire honoraire D. TOMBECK.

INTRODUCTION

APERÇU HISTORIQUE

ET CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES

L'étude de la famille d'étoiles variables dites Céphéïdes a une histoire de 150 ans. En effet la variation périodique d'éclat de δ Céphée fut découverte par Goodrich en 1785 (1). Le mot céphéïde a été employé pour la première fois par Miss Clerk (2) pour représenter la catégorie des étoiles variables à courtes périodes dans lesquelles le temps compris entre un maximum et le minimum suivant est inférieur à la moitié de la période comme dans le cas de δ Céphée.

Parmi les diverses familles d'étoiles variables, les Céphéïdes retiennent considérablement l'attention des astronomes. Argelander a imaginé en 1842 (3) une méthode dite des degrés pour estimer les grandeurs des étoiles et ainsi faciliter la construction de courbe de lumière ; il a créé (4) aussi une notation spéciale pour les étoiles variables. Après lui nous citons principalement Chandler (5), Schur, Nijland, Neyermann, Henroteau, Miss Leawitt, Beliaowsky, Luizet etc... parmi tant d'autres observateurs d'étoiles variables. La cause de la variabilité de ces étoiles, encore mystérieuse, a suscité de nombreuses études et discussions notamment de la part de Curtiss, Duncan, Guthnick, Hagen, Hertzsprung, Ludendorff, Luizet, Nijland, Perrine, Shapley, Eddington, Jeans et beaucoup d'autres encore.

L'étude des Céphéïdes s'est beaucoup développée depuis les trente dernières années et constitue actuellement une des branches les plus importantes de l'Astronomie stellaire. En 1895 Bailey (7) découvrit dans l'Amas ω Cen-

tauri de l'hémisphère austral 132 étoiles variables de périodes inférieures à un jour. Depuis lors on a étudié une vingtaine d'amas globulaires et dans toutes ces agglomérations stellaires on a trouvé en grand nombre des étoiles à très courtes périodes (8) dont les courbes de lumière sont semblables à celles des Céphéïdes. Miss Leawitt a trouvé (9) environ 1.800 variables dans les nuages de Magellan et découvert ce fait important : la période de variation d'éclat est en relation simple avec la magnitude apparente moyenne. Hertzsprung (10) et Shapley (11) appliquant cette relation ont déduit la magnitude absolue moyenne des Céphéïdes galactiques et ainsi calculé la distance du petit Nuage de Magellan. En effet, ils ont trouvé entre la période et la magnitude absolue des Céphéïdes une relation importante que l'on appelle souvent loi de période-luminosité. Cette relation nous donne un procédé simple pour évaluer les distances des Céphéïdes et des amas qui en contiennent car il suffit de déterminer la période d'une Céphéïde pour en déduire sa magnitude absolue puis sa distance. Récemment Hubble a étendu (12) la méthode de Shapley aux nébuleuses spirales. Ces recherches augmentent considérablement les dimensions de l'univers connu jusqu'alors. En effet les Céphéïdes étant des astres de très grande luminosité intrinsèque, sont observables à de très grandes distances et ceci, joint à la facilité avec laquelle on détermine leur distance, en fait des astres de première importance pour l'étude de l'Univers.

De plus, Eddington a montré que les Céphéïdes nous indiquent non seulement la distance dans l'espace mais

aussi la durée dans le temps (13). Une relation gravitationnelle nous montre que la période d'oscillation d'une étoile gazeuse est approximativement proportionnelle à la racine carrée de sa densité moyenne. D'après la variation insignifiante de la période de δ Céphée depuis 150 ans d'observation, Eddington a montré que sa contraction n'atteint pas le 1/100 de celle qui aurait eu lieu si l'on supposait avec Kelvin que toute l'énergie rayonnante de l'étoile provient de la contraction gravitationnelle. Par conséquent, il est possible d'augmenter beaucoup l'âge de la terre (2×10^7 ans) évalué d'après l'hypothèse de la contraction.

CARACTERISTIQUES GENERALES DES CEPHEIDES

Les variations lumineuses des Céphéides présentent un certain nombre de caractères qui permettent de les distinguer nettement des autres types d'étoiles variables :

1° — La variation d'éclat a lieu d'une façon continue, et on peut la représenter par une courbe dite de lumière semblable à celle de vitesses radiales des étoiles doubles spectroscopiques.

2° — La variation d'éclat est très régulière, la période et la forme de la courbe de lumière ne changeant pas en général ou changeant très peu dans les rares cas où de petites fluctuations ont été découvertes.

3° — L'éclat augmente plus rapidement qu'il ne diminue, la phase ascendante est égale à peu près au 1/3 de la période pour les Céphéides galactiques et l'éclat double

souvent en moins d'une heure pour les céphéïdes de périodes inférieures à un jour.

4° — L'amplitude de la variation lumineuse dépasse très rarement 1,5 magnitudes et est en général inférieure à une grandeur stellaire.

5° — La courbe photographique ressemble à la courbe visuelle mais présente en moyenne une amplitude 50 % moins grande. Les Céphéïdes sont donc plus rouges au minimum d'éclat qu'au maximum.

6° — La courbe de lumière présente quelquefois des maxima et des minima secondaires.

7° — La période est courte, allant de quelques heures à plusieurs jours. La limite supérieure, si elle existe, est encore mal connue.

8° — Le spectre varie avec la même période que l'éclat.

9° — Les Céphéïdes présentent des variations de vitesse radiale qui ont la même période que les variations d'éclat et de spectre. L'amplitude de variations des vitesses radiales est petite et approximativement proportionnelle à celle des magnitudes. La vitesse maximum d'approche concorde très sensiblement avec le maximum d'éclat et la vitesse maximum de récession avec le minimum d'éclat.

10° — Une corrélation semble exister entre le spectre et la période, le type spectral moyen devenant plus avancé quand la période est plus longue.

11° — Les Céphéïdes sont en général des étoiles supergéantes de densité beaucoup plus faible que le soleil. Leur magnitude absolue inférieure à zéro le prouve ainsi que l'élévation considérable de leur luminosité lorsque leur type spectral s'avance.

12° — La distribution des Céphéïdes n'est pas uniforme dans le ciel. Celles de période inférieure à un jour sont réparties dans toutes les latitudes galactiques, tandis que celles de période plus grande sont presque toutes concentrées au voisinage du plan galactique.

* *

Dans ce travail nous donnons d'abord une détermination du zéro de la relation période-luminosité. Puis nous étudions la distribution des Céphéïdes dans l'espace, et celle de leurs vitesses résiduelles. Nous en déduisons une étude de la rotation galactique. Nous constatons ensuite diverses relations entre les caractéristiques des Céphéïdes. Enfin un aperçu sur les hypothèses relatives aux Céphéïdes conclut ce petit travail.

Ce travail a été exécuté à l'Observatoire de Paris sous la direction de M. Mineur, astronome, à qui nous exprimons ici notre très grande reconnaissance pour tous les conseils précieux et l'aide bienveillante qu'il nous a prodigué. Nous tenons à remercier M. Esclangon, Directeur de l'Observatoire, de l'intérêt qu'il a porté à l'ensemble de ce travail et d'avoir mis à notre disposition le matériel nécessaire à nos recherches.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- (1) *Philosophical Transaction* for 1786 p. 48.
 - (2) D. Brunt. — *The Problem of the Cepheid variables* (*The Observatory* Vol. 36 p. 59).
 - (3) Ch. André. — *Traité d'Astronomie stellaire* Vol. I p. 105.
 - (4) *Ibid* Vol. I p. 302.
 - (5) M. Luizet. — *Les Céphéïdes considérées comme étoiles doubles* (*Travaux Obs. Lyon*, t. V. p. 11).
 - (6) Y. Chang. — *Monographie Préliminaire des Céphéïdes*, p. 9.
 - (7) Bailey. — *Harvard Annals*, t. 38.
 - (8) Bailey. — *Op. Cit.*, *Harvard Bulletin*, 783, 783, 801, 802 et *Harvard circulars*, 266. — Shapley. *Contributions du Mont Wilson*, 91, 116, 175, 176, 190, 195, 226. — Baade *Hamburg Mitteilungen*, 5, n° 6 ; 6, n° 27 et 6, n° 29. — Miss Woods. *Harvard Bulletin*, 764 et 773 et *Harvard Circulars*, 216 et 217 .
 - (9) Miss Leawitt. — *Harvard Annals*, 60 ; *Americ. Astr. Soc.* 2, 62, 1911 ; *Harvard Circulars*, 173 (1912).
 - (10) Hertzsprung. — *A. N.* 196, p. 201 (1913).
 - (11) H. Shapley. — *Contributions du Mont Wilson* 151, 152 (1918) et nombreux articles dont une bibliographie très complète est donnée dans l'ouvrage de Shapley : *Star Clusters*.
 - (12) E. Hubble. — *Contributions du Mont Wilson*, 304, 310 et 376.
 - (13) Eddington. — *Cepheid variables and the Age of the stars. The Observatory*, vol. 41 pp. 379-80.
-

CHAPITRE I

Détermination du zéro de la relation période-luminosité

Dans ce travail nous divisons en général les Céphéïdes en deux classes suivant que la période de variation d'éclat est supérieure ou inférieure à un jour. Il y a plusieurs raisons à cette division.

1° — Pour montrer la distribution des périodes des Céphéïdes* nous les classons par ordre de grandeurs croissantes dans le tableau suivant :

TABLEAU I

Log P	— 1 à — 0,75	— 0,76 à — 0,50	— 0,51 à — 0,25	— 0,26 à 0	0,01 à 0,25	0,26 à 0,50	
Nombre d'étoiles	6	15	241	130	5	18	
Nomb. relatif	68	108	979	297	6	13	
Pourcentage	4.4	7.1	64.0	19.4	0.4	0.9	

Log P	0,51 à 0,75	0,76 à 1,00	1,01 à 1,25	1,26 à 1,50	1,51 à 1,75	1,76 à 2,00	Total
Nombre d'étoiles	82	88	73	30	23	49	760
Nomb. relatif	33	20	1	2	1	1	1529
Pourc.	2.2	1.3	0.1	0.1	0.1	0.1	100

* Les données relatives aux périodes, magnitudes et types spectraux des Céphéïdes que nous utilisons dans cet ouvrage, sont relevées du *Katalog und Ephemeriden veränderlicher sterne für 1933*.

Dans ce tableau les nombres de la 3^e ligne donnent la fréquence moyenne des étoiles rapportées à l'intervalle unitaire d'un jour.

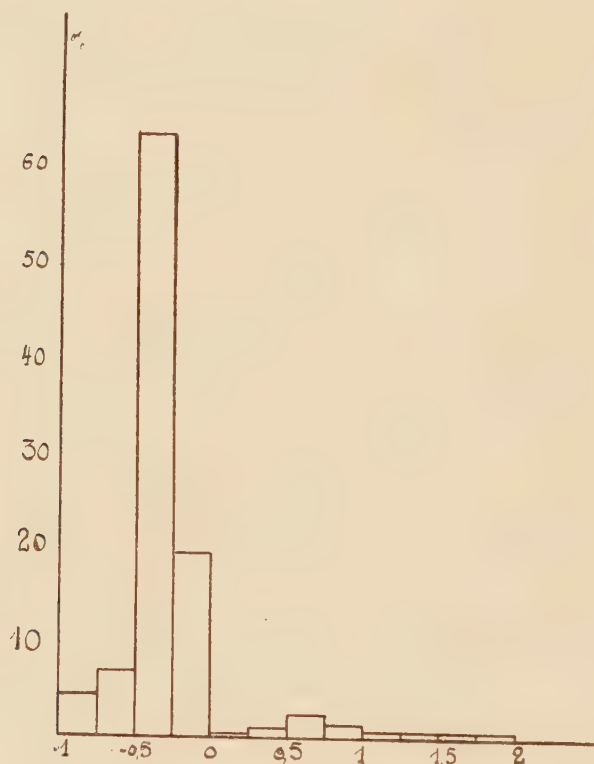


Fig. 1. — Distribution des périodes des céphéides.
Abscisses : logarithme de la période P. Ordonnées : fréquence moyenne des céphéides rapportées à l'intervalle unitaire d'un jour.

Les résultats représentés dans le graphique 1 montrent une forte concentration de 0 à 1 jour (autour de 6 heures) avec un maximum secondaire vers 4 jours. Ceci confirme

la division des Céphéïdes en deux groupes suivant leurs périodes supérieures ou inférieures à 1 jour.

2°. — Comme nous l'avons indiqué dans les caractéristiques générales (p. 9) la distribution des Céphéïdes dans l'espace n'est pas la même pour les deux classes.

3°. — L'observation montre que les Céphéïdes de même période ont aussi presque toutes les autres caractéristiques semblables. Au contraire le mouvement propre (μ) la vitesse radiale (φ) la magnitude absolue (M) et les magnitudes apparentes (m_v et m_p) la parallaxe, le type spectral, etc., varient sensiblement d'une classe à l'autre. Voici un tableau de la valeur moyenne de ces éléments :

TABLEAU I I

Classe	μ	$ \varphi $	Mv	m_v	m_p	π	Sp
I	0"060	42,3	-0,38	10,7	13,3	0"0009	A ₀ à F ₀
II	0,021	17,1	-3,31	8,3	10,9	0"0005	F à M

4°. — D'autre par l'apex et surtout la vitesse de translation du soleil diffèrent considérablement par rapport aux deux groupes d'étoiles (p. 26). Les premiers chercheurs ayant négligé ce fait une controverse a été soulevée autour du problème du zéro de la relation période-luminosité. (p. 34).

Découverte de Miss Leawitt

En 1912 Miss Leawitt remarqua qu'il existait une corrélation étroite entre la magnitude apparente et la période des Céphéïdes du petit Nuage de Magellan. Par la suite des constatations analogues furent faites sur les variables des autres amas.

Nous nous proposons de faire cette étude simultanément pour quelques amas. Désignons par m_{ov} la magni-

tude photovisuelle moyenne d'une variable, c'est-à-dire la moyenne arithmétique des magnitudes au maximum et au minimum d'éclat, et par P sa période de variation d'éclat autrement dit le temps qui s'écoule entre deux maxima d'éclat consécutifs. Voici les résultats pour quelques amas où l'on a découvert des Céphéïdes :

TABLEAUX III

Céphéïdes de ω Centauri

Log P	1,47	1,18	0,66	0,13	0,36	-0,23	-0,12	-0,40
m _{pv}	9,6	11,6	12,4	13,3	13,4	14,24	14,17	14,29

Céphéïdes de Messier 5

Log P	1,41	2,03	1,42	-0,57	-0,32	-0,26	-0,20
m _{pv}	10,2	11,6	10,5	14,84	14,85	14,83	14,80

Céphéïdes de Messier 72

Log P	-0,23	-0,25	-0,28	-0,40
m _{pv}	16,71	16,71	16,70	16,78

Céphéïdes de Messier 3

Log P	1,20	-0,49	-0,30	-0,27	-0,22
m _{pv}	12,3	15,40	15,29	15,39	15,39

Céphéïdes du petit nuage de Magellan

Log P	-0,2	0	+0,2	+0,4	+0,6	+0,8	+1,0	+1,2
m _{pv}	17,15	16,9	16,36	16,20	15,65	15,10	14,50	13,93

Log P	+1,4	+1,6	+1,8	+2,0
m _{pv}	13,29	12,60	11,92	11,15

Céphéïdes de N. G. C. 6822

Log P	1,806	1,574	1,485	1,47	1,325	1,315	1,238	1,225
m _{pv}	15,9	16,7	17,0	17,6	17,6	17,5	17,6	17,8
Log P	1,22	1,142	1,071					
m _{pv}	17,8	17,9	18,2					

Céphéïdes de Messier 33

Log P	1,68	1,54	1,44	1,46	1,31	1,24	1,12
m _{pv}	16,9	17,2	17,3	17,7	17,8	17,9	18,1

Céphéïdes de Messier 31

Log P	1,70	1,65	1,61	1,58	1,50	1,34	1,33	1,30	1,28
m_{pv}	17,0	16,85	17,35	17,0	17,0	18,1	17,85	17,60	17,65
Log P	1,27	1,26							
m_{pv}	18,0	18,2							

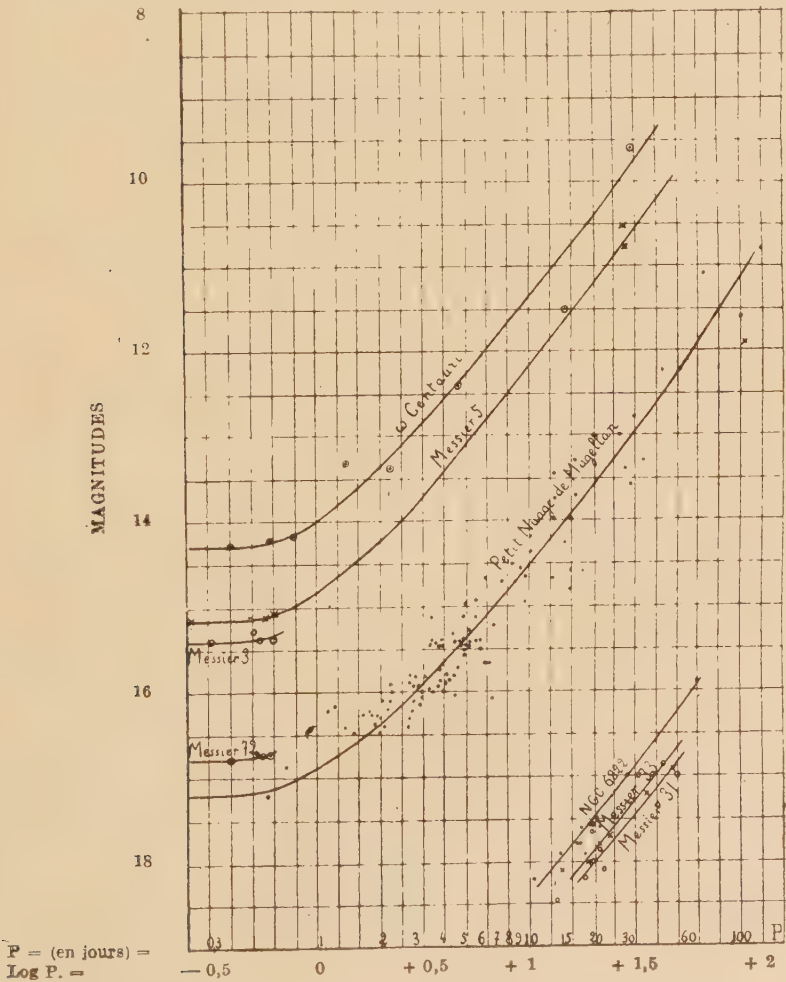


Fig. 2 — Relation période-magnitude apparente des variables des amas.
Abscisses : logarithme de la période P. Ordonnées : magnitude apparente
des céphéïdes de période P.

Portons en abscisse le logarithme des périodes $\text{Log } P$ et en ordonnées les magnitudes photovisuelles moyennes qui leur correspondent. Le graphique ainsi obtenu nous montre deux faits frappants : les points relatifs à un même amas se placent sur une courbe et ces courbes pour les divers amas se déduisent les unes des autres par une translation parallèle aux ordonnées.

L'interprétation de ce résultat est facile : il y a une relation entre la période P et la magnitude absolue M des Céphéïdes.

Considérons en effet un amas situé à r parsecs, la différence entre la magnitude apparente m et la magnitude absolue M des étoiles de cet amas est constante

$$m - M = 5 \log r - 5 = k$$

Pour chaque amas k est une constante que l'on appelle souvent module de distance.

S'il existe une relation entre M et P

$$M = f(P)$$

on aura entre m et P pour les Céphéïdes d'un même amas la relation

$$m = f(P) + k$$

Les courbes (P, m) obtenues pour divers amas seront donc les mêmes à condition d'ajouter au m une constante qui ne dépend que de l'amas auquel la courbe se rapporte.

C'est bien ce que nous avons constaté.

Etude statistique de la corrélation entre la période et la magnitude absolue des Céphéïdes.

Avant de tracer un graphique ayant en abscisse les

périodes (ou plus exactement les logarithmes des périodes) et en ordonnée les magnitudes absolues, connues spectroscopiquement, des Céphéïdes isolées pour trouver une relation, entre ces éléments faisons une étude statistique de leur corrélation.

A l'aide du tableau IV, cherchons jusqu'à quel point les séries de Log P et de M sont liées entre elles par une correspondance quasi-linéaire. Autrement dit, calculons le coefficient de corrélation relatif aux deux groupes.

Soient x et y les écarts par rapport à la moyenne des Log P et des M et $F(x)$ la fonction de fréquence qui est ici du 1^{er} type et de la forme suivante :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-b)^2}{2\sigma^2}}$$

b est la quantité dont il faut corriger la moyenne provisoire (que l'on peut adopter dans le cas actuel pour Log P. + 0,7 et pour M - 2,5) pour obtenir la moyenne vraie de la série considérée et σ un nombre qui mesure la condensation des éléments autour de la moyenne.

En introduisant les indices 1 et 2 pour distinguer les nombres qui se rapportent à Log P et à M respectivement on en déduit :

$$\begin{aligned} b_1 &= -0,06395 \\ \sigma_1 &= 0,655 \\ b_2 &= -0,05814 \\ \sigma_2 &= 1,615 \end{aligned}$$

Enfin, si l'on additionne les valeurs obtenues en multipliant chacun des termes du tableau de corrélation par le produit $x y$ correspondant, on trouve :

$$\Sigma x y F = -87,975$$

Or le coefficient de corrélation est déterminé par la formule :

Dressons d'abord le tableau de corrélation suivant :

TABLEAU IV

M	y	Log P															
		-0,75	-0,50	-0,25	0	+0,25	+0,50	+0,75	+1,00	+1,25	+1,50	+1,75	+2,00	+2,25			
x		-1,50	-1,25	-1,00	-0,75	-0,50	-0,25	0	+0,25	+0,50	+0,75	+1,00	+1,25	+1,50			
0,5 + 2,0	1	4	14	1											20		
-1,0 + 1,5					2										2		
-1,5 + 1,0						6									6		
-2,0 + 0,5						1									7		
-2,5 0							14								14		
-3,0 - 0,5							3		10						13		
-3,5 - 1,0								2	2						4		
-4,0 - 1,5									7						7		
-4,5 - 2,0									2						4		
-5,0 - 2,5										2					2		
-5,5 - 3,0											3				4		
-6,0 - 3,5												1			2		
-6,5 - 4,0													1		0		
-7,0 - 4,5	1	4	14	1	2	7	23	12	11	7	2	1	1	1	86		

$$r = \frac{I}{\sigma, \sigma_2} \left(\frac{\sum x y F}{N} - b, b_2 \right) \pm \frac{I - r^2}{\sqrt{N}}$$

N étant le nombre des termes ici $N = 86$

On trouve dans le cas actuel :

$$r = - 0,971 \pm 0,006 \sim - 1^*$$

Ainsi la corrélation entre Log P et M est très forte. On voit en outre que r est négatif ceci signifie que la magnitude absolue et la période varient en sens inverses de sorte que les céphéïdes à longue période sont plus brillantes que celles à courtes périodes.

Relation période-luminosité

Pour construire la courbe période-magnitude absolue, nous avons relevé dans divers catalogues et surtout dans les listes de Wilson (1) et de Gerasmovic (2) les données relatives aux magnitudes absolues des Céphéïdes connues spectroscopiquement, ces données sont résumées dans le catalogue II (P 45). Pour la commodité du graphique on a porté en abscisses non pas les périodes mais leurs logarithmes et en ordonnées les magnitudes absolues correspondantes.

(1) *Astron Journal* Vol 35 (1923)

(2) *ibid* Vol 41 N° 951 (1931)

* Pour $r = \pm 1$, la corrélation statistique devient fonctionnelle et les données sont liées entre elles par une relation linéaire.

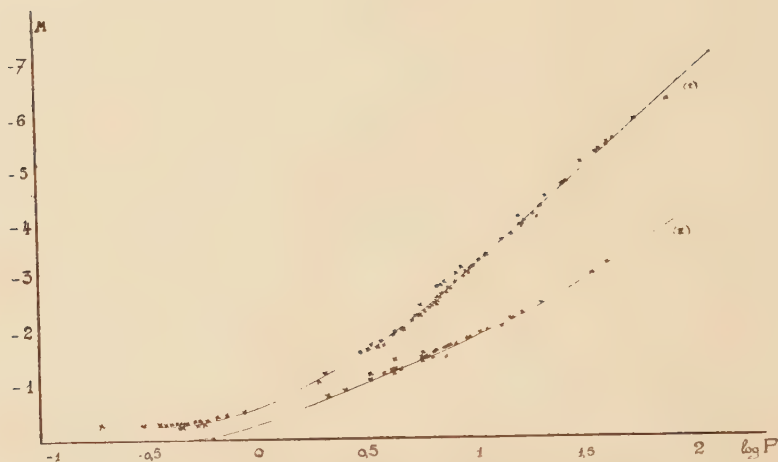


Fig. 3. — Relation période-luminosité des céphéides.
Abscisses : logarithme de la période P. Ordonnées : magnitude visuelle (courbe I) et photographique. (courbe II) des céphéides de période P.

Nous remarquons tout de suite les caractéristiques suivantes :

(1) Les points ainsi portés sur le graphique tombent presque tous sur une courbe (*) qui définit la relation période-luminosité.

* Nous avons relevé dans des catalogues différents des données assez dissemblables relatives aux mêmes étoiles, nous croyons bon de signaler ici celles qui se placent sur la courbe période-luminosité et celles qui ne s'y placent pas :

Etoiles	Données qui conviennent		Données qui ne conviennent pas	
β cep (P = 0,19) $M_v = -0,33$ (Gerasmovic)	$M_v = -2,5$	(Voûte)		
S U cas (P = 1,95) $M_v = -1,12$	—	$M_v = +0,2$	—	
α UMi (P = 3,97) $M_v = -1,80$	—	$M_v = -3,7$	—	
δ cep (P = 5,37) $M_v = -2,20$	—	$M_v = -5,2$	—	
T Mon (P = 27 01) $M_v = -4,74$	—	$M_v = -1,4$	—	
V Vul $M_v = 5,25$ P = 37,79		P = 75,98	(Prager)	
SS Gem ($M_v = -5,5$) P = 44,87	—	P = 89,31	—	
U Mon ($M_v = -5,85$) P = 56,0	—	P = 92,26	—	
AP Sgr ($M_v =$ —) P = 10,8	—	P = 5,06	—	
R Mus ($M_v = -0,53$) P = 0,882 (Wilson)		P = 7,51	(Prager et Gerasmovic)	

(2) La courbe est horizontale pour les céphéïdes de classe I de sorte que la magnitude absolue des variables d'amas est pratiquement indépendante de la période, la relation devient linéaire pour les céphéïdes de périodes supérieures à 4 jours.

(3) Comme nous l'avons déjà remarqué la magnitude absolue et la période varient en sens contraire.

De la formule $m = f(P) + k$ on peut déduire les distances relatives des amas considérés. Soient deux amas 1 et 2 $m_1 - m_2$ la différence constante des grandeurs apparentes des Céphéïdes de même périodes dans les deux amas, nous aurons :

$$m_1 - m_2 = k_1 - k_2 = 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

$m_1 - m_2$ est une donnée directe de l'observation, on en déduit immédiatement r_1/r_2 rapport des distances des deux amas

Remarquons sur cette liste que les erreurs sur la magnitude absolue proviennent du catalogue de Voûte (Seconde Catalogue of Radiale Velocities). Cette magnitude y est calculée par la formule :

$$M = m + 5 + 5 \log \pi \text{ trig}$$

or on sait que les parallaxes trigonométriques au-dessous de 0''02 entraînent des erreurs d'autant plus grandes que les parallaxes sont plus petites.

Les rapports des périodes qui conviennent à celles qui ne conviennent pas sont en général égaux à 2 ou à 1/2, cela tient à ce que l'on a pris deux périodes au lieu d'une ou vice versa.

Si on connaissait $f(P)$ on pourrait en déduire k , donc déduire la distance r de la seule observation des périodes et grandeurs apparentes des Céphéides des amas.

Les amas nous donnent $f(P)$ à une constante près. Nous connaissons pour chaque amas la fonction.

$$m = \varphi_1(P)$$

La fonction $f(P)$ est définie par

$$f(P) = \varphi_1(P) - k_1$$

les k_1 sont inconnus, seules les différences $k_1 - k_2$ sont connus.

La relation période-luminosité est donc définie par l'observation de chaque amas à une constante près.

Pour connaître $f(P)$ et par là les distances des amas, il suffirait de connaître cette constante. Par exemple si on connaissait la magnitude absolue M_0 des Céphéides dont la période est de 4 jours, $f(P)$ serait connu. M_0 s'appelle zéro de la relation période-luminosité.

Détermination du zéro de la relation période-luminosité

Méthode des Magnitudes

absolues hypothétiques de Charlier.

Soit $M = f(P)$ la relation inconnue entre P et M d'après ce qu'on vient de voir f est connue à une constante additive près :

$$f(P) = g(P) + x$$

$g(P)$ est connue pour l'étude des céphéides des nuées de Magellan et des amas globulaires, x est inconnu.

On considère un ensemble de céphéïdes de magnitudes apparentes, périodes, mouvements propres, vitesses radiales connus. La distance d'une céphéïde de magnitude absolue M et de période P est :

$$r = \lambda 10^{0,2 (m - g (P) + 5)}$$

en posant : $\lambda = 10^{0,2 x}$

λ est la nouvelle inconnue, et la distance r d'une céphéïde se présente sous la forme :

$$r = \lambda \times \text{quantité connue}$$

puisque M et $g (P)$ sont connus.

Pour déterminer cette constante inconnue nous appliquons la méthode des magnitudes absolues hypothétiques de Charlier.

Cette méthode est basée sur le même principe que beaucoup d'autres de mesure de parallaxes hypothétiques. On calcule de deux manières une certaine vitesse : la spectroscopie donne cette vitesse en Km/sec, la mesure du mouvement propre donne l'angle sous lequel cette vitesse est vue à la distance où se trouve l'astre ; de la comparaison des deux résultats on déduit λ puis M_0 .

Soit en effet E une étoile située à r parsecs, μ_l et μ_b ses mouvements propres en longitude et latitude galactique en secondes d'arcs par an, v sa vitesse radiale en Km/sec.

Soient $O X Y Z$ les trois axes galactiques, $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, les cosinus directeurs de l'axe $O E Z'$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 = 0$ les cosinus directeurs de l'axe $E X'$ perpendiculaire au plan $E O Z$ dans le sens des longitudes croissantes et $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$,

les cosinus directeurs de l'axe E Y' perpendiculaire aux deux axes précédents. Les composants de la vitesse de E suivant les axes E X' y' z' sont alors :

$$\begin{aligned} V_x &= 4,74 \, r \, \mu^a \cos b^* \\ V_y &= 4,74 \, r \, \mu^b \\ V_z &= \varrho \\ r &= \lambda \, 10^{0.2 (m - g(P) - 5)} \end{aligned}$$

D'autre part soient X, Y, Z les composantes de la vitesse de translation du soleil suivant les axes galactiques. Les composantes X', Y', Z', de cette même vitesse suivant les trois axes E X' Y' Z' sont les suivantes :

$$\begin{aligned} X' &= X \alpha_2 + Y \beta_2 \\ Y' &= X \alpha_3 + Y \beta_3 + Z \gamma_3 \\ Z' &= X \alpha_1 + Y \beta_1 + Z \gamma_1 \end{aligned}$$

Comme les vitesses résiduelles sont réparties au hasard la moyenne des projections de ces vitesses sur un axe quelconque est nulle. Or les composantes de la vitesse résiduelle de notre étoile suivant les axes EX' Y' Z' sont les différences de V_x V_y V_z et X' Y' Z'.

Nous aurons donc d'après les deux systèmes précédents :

$$4,74 \, r \, \mu^a \cos b = X \alpha_2 + Y \beta_2 \quad (1)$$

$$4,74 \, r \, \mu^b = X \alpha_3 + Y \beta_3 + Z \gamma_3 \quad (2)$$

$$\varrho = K + X \alpha_1 + Y \beta_1 + Z \gamma_1 \quad (3)$$

*Le coefficient 4,74 est choisi de façon que si l'on exprime r en parsecs μ en secondes d'arc par an on ait la vitesse en Km/sec.

Notons en passant que l'équation (3) qui provient de la composante radiale n'est autre que celle que l'on utilise pour calculer l'apex au moyen des vitesses radiales, le terme K y est mis en évidence *.

Remarquons encore que l'équation (3) ne contient pas donc pas l'inconnue λ . Si nous résolvons par la méthode des moindres carrés ces équations relatives à toutes les céphéides de vitesses radiales connues, nous obtenons X , Y , Z en km/sec. puisque φ est connu en cette unité.

Opérons de même sur les deux autres équations nous obtenons les mêmes composantes X , Y , Z sous la forme $X = \lambda X_1$, $Y = \lambda Y_1$, $X = \lambda X_2$, $Y = \lambda Y_2$, $Z = \lambda Z_2$ où X , Y , X_2 , Y_2 , Z_2 fonctions de μ_2 et μ_b sont des quantités connues.

Egalons ces valeurs :

$$\lambda = \frac{X}{X_1} = \frac{Y}{Y_1} = \frac{X}{X_2} = \frac{Y}{Y_2} = \frac{Z}{Z_2}$$

* Ce terme K ne se confond avec aucun autre et sera déterminé indépendamment de X , Y et Z . Il ne semble pas dû à une erreur systématique sur les vitesses radiales. Il varie avec le type spectral, il est égal d'après Campbell à $+ 4,5$ Km/sec. pour les étoiles B proches, très petit pour les étoiles A, F et G $+ 2$ Km/sec. pour le type K et $+ 4$ pour le type M. Il semble traduire un mouvement réel de l'ensemble des étoiles qui auraient tendance à se disperser dans l'espace. Une étude sur la cause du terme K a été faite par Freundlich et Pahlen et publiée dans A.N. n° 5229-30. Ils arrivaient à cette conclusion que ce terme est dû à des effets complexes qui peuvent être considérés comme résultant d'une partie constante et d'une autre variable avec la direction dans l'espace. La première peut-être attribuée à des causes physiques telles que les déplacements des raies par pression et par gravitation (comme il est prévu par la théorie d'Einstein) ; la deuxième probablement un effet cinématique, est spécialement marqué pour les étoiles de petits mouvements propres et petites parallaxes tel est exactement le cas des Céphéides.

et nous avons ainsi cinq déterminations de λ puis de M_0 qui doivent concorder suffisamment.

Résultats numériques : *

Pour les céphéïdes de classe I ($P < I_j$) ou les céphéïdes d'amas, nous avons les résultats suivants :

avec 21 φ	apex et vitesse
	du soleil
K = — 7,9 km/sec	$\alpha = 274^{\circ},4$ $l = 33^{\circ},1$
X = — 55,3	$\delta = 38^{\circ},0$ $b = 21^{\circ},0$
Y = — 36,0	S = 70,7 km/sec
Z = — 25,3	

avec 10 mouvements propres	apex et vitesse du soleil
X = — 27,7 λ km/sec	$\alpha = 32^{\circ},2$ $l = 74^{\circ},0$
Y = — 96,7 λ	$\delta = 69^{\circ},8$ $b = 13^{\circ},2$
Z = 23,5 λ	S = 103,3 λ km/sec

En comparant les deux vitesses S du soleil, il vient :

$$103,3 \lambda = 70,7$$

d'où

$$\lambda = 0,685 \sim 0,7$$

* Nous prenons les données sur les vitesses radiales et les mouvements propres que nous mettrons ensuite sous forme de catalogue (voir pp.)
Second catalogue of Radial Velocities de Voûte (1928).
A Général Catalogue of the Radial Velocities of stars de Lick (1932).
Catalogue de Wilson dans *A.J.* N° 5 Vol. 35.
Catalogue de Gerasmovic dans *A.J.* N° 951 Vol 41.
P.G.C. de Boss (1910).

Mais nous ne pouvons pas déterminer λ par la comparaison des deux groupes de valeur de X, Y, Z parce que les erreurs probables sur le deuxième groupe sont trop grandes. Ces erreurs viennent d'une part du nombre restreint (10) des mouvements propres connus et d'autre part des erreurs systématiques sur ceux-ci (voir p. 34).

Pour les céphéïdes de classe II ($P > 1j$) et plutôt pour les céphéïdes galactiques ($|b| < 30^\circ$) les résultats sont donnés ci-dessous :

avec 42 φ	Apex et translation du soleil
$K = + 0,2$	$\alpha = 255^\circ,8 \quad l = 36^\circ,5$
$X = - 10,1 \pm 3,8$	$\delta = 43^\circ,9 \quad b = 35^\circ,9$
$Y = - 7,3 \pm 4,7$	$S = 15,4 \text{ km/sec}$
$Z = - 9,0 \pm 3,1$	
avec 34 mouvements propres	Apex et translation du soleil
$X = (- 12,2 \pm 4,8) \lambda$	$\alpha = 270^\circ,5 \quad l = 48^\circ,9$
$Y = (- 13,9 \pm 5,2) \lambda$	$\delta = 53^\circ,6 \quad b = 27^\circ,9$
$Z = (- 9,8 \pm 4,5) \lambda$	$S = 20,9 \lambda$

La moyenne pondérée des valeurs de λ données par les deux groupes des trois composantes nous donne :

$$\overline{\lambda} = 0,698 \sim 0,7$$

et par les deux S :

$$\lambda = 0,736 \sim 0,7$$

D'après les trois λ déterminés ci-dessus, nous adoptons enfin :

$$\lambda = 0,70$$

comme $\lambda = 10 \frac{0,2 M_0}{M_0} M_0 = + 0,77$

Ceci multiplie les nombres trouvés par Shapley pour les distances globulaires et pour les dimensions de la voie lactée par 0,70.

Comme vérification de notre détermination nous avons comparé les parallaxes directement mesurées de quelques céphéïdes avec celles déduites de la relation période-luminosité corrigée par notre détermination du zéro. La comparaison est donnée dans le tableau ci-dessous :

TABLEAU V

N°	Etoile	π_{cal}	π_{mes}	Réf.	m_{vis}	M_{vis}	Log P	M_{cal}
1	α UMi	0''0237	0''007	V*	2,1	— 1,8	0,60	— 1,4
			0''012	S				
			0''020	Ld				
2	SU Cas	0,0050	0,007	V	6,2	— 1,1	0,29	— 0,3
			0,006	S				
			0,004	Ld				
3	SZ Tau	0,0026	0,018	V	7,1	— 1,6	0,50	— 1,0
			0,006	Ld				
4	RX Aur	0,0011	0,005	Ld	7,1	— 3,4	1,07	— 0,6
5	T Mon	0,0010	0,004	S	6,2	— 4,7	1,43	— 0,8
			0,003	Ld				

* V = Voûte : *Second Catalogue of Radial Velocities* (1928).

S = Schelesinger : *Général Catalogue of Stellar parallaxes* (1924).

Ld = Lundmark : *Lund Meddelande II* n° 60 (1931).

Ll = Lick : *Publication of the Lick Observatory* 16.

TABLEAU V (suite)

N°	Etoile	π_{cal}	π_{mes}	Réf. mvis	Mvis	Log P	Mcal
7	ζ Gem	0,0051	0,005 0,004 0,004	V S Ld	4,0 — 3,2	1,01	— 2,5
6	RT Aur	0,0054	0,008 0,005 0,004	V S Ld	5,3 — 1,8	0,57	— 1,2
8	ϵ Car	0,0019	0,001	S	4,3 — 5,1	1,55	— 5,7
9	S Mus	0,0014	0,001	S	6,8 — 3,1	0,98	— 3,2
10	S Cru	0,0023	0,002	S	6,9 — 2,0	0,67	— 1,6
11	S TrA	0,0020	0,0014 0,002	Li S	6,9 — 2,4	0,80	— 1,6
12	S Nor	0,0013	0,0009 0,002	Li S	7,1 — 3,1	0,99	— 1,4
13	RV Sco	0,0019	0,0013 0,001	L S	7,1 — 2,4	0,78	— 2,4
14	X Sgr	0,0050	0,004	S	4,7 — 2,6	0,84	— 2,3
15	Y Oph	0,0013	0,001	S	6,6 — 4,0	1,23	— 3,4
16	W Sgr	0,0047	0,003	S	4,7 — 2,7	0,88	— 2,9
17	Y Sgr	0,0034	0,003	S	5,8 — 2,3	0,76	— 1,8
18	U Sgr	0,0019	0,002	S	6,9 — 2,5	0,83	— 1,6
19	RS Boo	0,0011	0,017	Ld	7,4 — 3,0	0,95	— 3,6
20	RR Lyr	0,0043	0,009	Ld	7,2 — 0,4—0,25	—	— 1,9
21	η Aql	0,0066	0,005 0,006	S Ld	4,1 — 2,6	0,86	— 2,4
22	S Sge	0,0027	0,002 0,008	S Ld	5,8 — 2,8	0,92	— 2,7

TABLEAU V (suite)

N°	Etoile	π_{cal}	π_{mes}	Réf. mvis	Mvis	Log P	Mcal
23	X Cyg	0,0011	0,001 0,003	S Ld	6,8 — 3,9	1,21	— 3,2
24	T Vul	0,0040	0,004 0,018	S Ld	5,8 — 2,0	0,65	— 1,2
25	β Cep	0,0260	0,007 0,008 0,005	V S Ld	3,4 — 0,3—0,72	—	2,1
26	δ Cep	0,077	0,009 0,006	S Ld	4,1 — 2,2	0,73	— 1,7
27	12 Lac	0,0113	0,004	S	5,2 — 0,3—0,72	—	1,8
28	DT Cyg	0,0051	0,009	S	5,8 — 1,4	0,40	+ 0,5
29	SU Cyg	0,0030	0,002	S	6,6 — 1,8	0,59	— 1,9
30	U Vul	0,0016	0,001	S	7,0 — 2,8	0,90	— 3,0
31	U Aql	0,0020	0,002	S	6,6 — 2,6	0,85	— 1,9
32	V Cen	0,0020	0,002	S	7,1 — 2,2	0,74	— 1,4
33	x Pav	0,0046	0,0032	Li	4,5 — 3,0	0,96	— 3,0
Moyenne		0,00496	0,00492	5,89	— 2,44	0,723	— 1,65

La parallaxe moyenne de 33 céphéides est, d'après notre détermination :

$$\overline{\pi}_{\text{cal}} = 0'',00496$$

et pour ces mêmes astres en prenant la moyenne des parallaxes données dans divers catalogues nous trouvons :

$$\overline{\pi}_{\text{mes}} = 0'',00423$$

Si parmi les 54 parallaxes trouvées dans les catalogues, nous rejettons celles déterminées trigonométriquement et ne prenons pour chaque étoile que la valeur la plus proche de notre détermination, la parallaxe moyenne de nos 33 étoiles serait :

$$\overline{\pi}_{\text{mes}} = 0'',00492$$

D'ailleurs les parallaxes trigonométriques des céphéïdes dans les catalogues de Voûte ou de Schelesinger sont données avec de grandes erreurs probables, erreurs souvent même plus grandes que la valeur adoptée pour la parallaxe. Ceci n'est pas étonnant, peu de céphéïdes sont en deçà de 200 parsecs et au delà de 50 parsecs la méthode trigonométrique ne convient plus l'erreur étant de 50 %.

Avec la parallaxe moyenne cataloguée ainsi choisie et la valeur moyenne de la magnitude visuelle nous avons calculé la magnitude absolue visuelle de nos astres, la moyenne ainsi calculée est :

$$\overline{M}_{\text{cal}} = - 1,65$$

D'autre part l'observation donne :

$$\overline{M}_{\text{obs}} = - 2,44$$

$$\text{Différence : } \overline{M}_{\text{cal}} - \overline{M}_{\text{obs}} = + 0,79$$

Or notre détermination du zéro nous a donné :

$$M_0 = + 0,77$$

Cet accord des parallaxes d'une part et des magnitudes absolues d'autre part, semble en faveur de notre détermination.

Discussions sur les vitesses radiales et les mouvements propres des céphéïdes

A). La variation de la vitesse radiale des céphéïdes.

La vitesse radiale varie dans un intervalle plus ou moins grand. Les φ que nous avons pris pour déterminer la translation du soleil et l'apex sont les moyennes arithmétiques de leurs valeurs maxima et minima.

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_M + \varphi_m}{2}$$

On suppose que cette valeur moyenne représente la vitesse pour l'état d'équilibre ou la vitesse du centre d'une Céphéïde. Pour la même raison on prend comme la magnitude moyenne d'une étoile variable la moyenne arithmétique de ses magnitudes maxima et minima. Or ce n'est qu'une première approximation, pour plus de précision nous aurions pu prendre ces vitesses radiales comme il suit :

Soit φ_0 la vitesse radiale d'une Céphéïde abstraction faite de l'influence de pulsation et R l'accroissement du rayon dû à la pulsation. Alors la vitesse radiale observée φ peut s'écrire :

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{dR}{dt}$$

où le signe — exprime que φ diminue lorsque R augmente avec le temps t .

Multiplions membre à membre par dt et intégrons de O à P .

$$\int_0^P \varphi dt = \int_0^P \varphi_0 dt - \int_0^P dR$$

Pour une période complète la dernière intégrale est nulle et nous avons donc :

$$\varphi_0 = \frac{1}{P} \int_0^P \varphi dt$$

C'est aussi une valeur moyenne de φ mais plus générale que sa moyenne arithmétique. Géométriquement

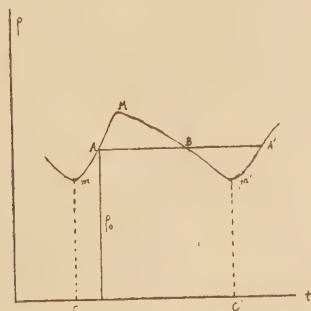


Fig. 4. — Courbe de vitesse d'une céphéide
Abscisses : le temps en jour. Ordonnées : la vitesse radiale en km/sec.
L'ordonnée p_0 représente la vitesse radiale moyenne

c'est l'ordonnée de la droite horizontale $A B A'$ qui coupe la courbe des vitesses de façon que les aires comprises entre $A M B A$ et $B A' m' B$ soient égales. On constate facilement que ce φ_0 redonne la valeur moyenne arithmétique, $\overline{\varphi}$ si nous assimilons la courbe des vi-

tesses à une ligne brisée $m M m'$. Ce même raisonnement s'applique sans modification pour la magnitude apparente. Comme on se contente généralement de prendre pour la magnitude moyenne la moyenne arithmétique, de même nous avons pris pour la vitesse radiale moyenne la moyenne arithmétique de ses valeurs maxima et minima. Il y a deux raisons pour lesquelles on se contente de ces valeurs moyennes arithmétiques : d'une part comme la courbe de vitesses (ou de lumière) est assez proche en moyenne de la ligne brisée $m M m'$, l'aire comprise entre cette courbe et l'axe des abscisses est égale approximativement à celle du pentagone $C m M m' C' C$; d'autre part la quadrature de l'aire exprimée par l'intégrale de l'équation (I) ne peut pas être calculée directement.

B). Erreur systématique sur le mouvement propre des Céphéïdes.

Dans une série d'articles bien connus sur les distances des amas globulaires (1), Shapley dérivait l'échelle de ces systèmes d'une étude du mouvement parallaxique des céphéïdes relativement proches. Il a utilisé la magnitude absolue moyenne ainsi obtenue pour fixer le zéro de la relation période-luminosité de laquelle il a déduit les parallaxes des amas. Cette échelle de Shapley a été longtemps l'objet d'attaques de Charlier, Curtis, Kapteyn,

(1) *Astroph J.* Vol 48 (1918).

Van Rhijn et d'autres qui augmentaient sept ou huit fois les parallaxes de Shapley. Le matériel de mouvements propres des céphéïdes que Shapley avait à sa disposition était très maigre (11 seulement). Comme ceux-ci sont en général très petits, une étude fondée sur un matériel plus étendu que celui de Shapley s'imposait.

R. E. Wilson a repris cette question de nouveau (2) avec un matériel beaucoup plus riche que Shapley, il avait en tout 48 mouvements propres mais pour diverses raisons, il en rejeta 14. Il en avait donc 70 pour la discussion. Ceux-ci étaient encore divisés d'après la période en deux groupes entre lesquels il avait montré comme nous l'avons fait dans nos études quelques dissemblances et qui devaient donc être discutés séparément. Le mouvement parallactique n'était pas dérivé du mouvement solaire mais directement de la composante v du mouvement propre. Comme avec la croissance de l'erreur probable du mouvement propre, il y a une croissance correspondante des mouvements propres moyens, pour la solution définitive, toutes les étoiles dont l'erreur probable de mouvements propres excédait $0''015$ furent rejetées. Après cette élimination, Wilson retenait 14 étoiles pour la classe I et 41 pour la classe II, dont il a déduit la moyenne des mouvements parallactiques. Wilson a considéré l'influence d'une correction des mouvements propres en déclinaison donnée dans le catalogue de Boss et il est arrivé à cette conclusion que

(2) *Astron. J.* p. 35 Vol. 36 (1923).

l'effet de cette correction réduirait le mouvement parallactique d'à peu près 30 %.

Pour les vitesses radiales Wilson disposait de 6 étoiles pour la classe I et de 30 pour la classe II, au moyen desquelles il a déduit la vitesse du soleil par rapport aux céphéides. Partant de cette valeur, la parallaxe moyenne était déduite de la vitesse résiduelle moyenne. Les valeurs ainsi obtenues sont en bon accord avec celles données par la première méthode. En comparant ces résultats avec ceux de Shapley, Wilson trouvait nécessaire d'augmenter de 40 % les parallaxes de ce dernier.

Le résultat de Wilson confirmait très bien les chiffres de Shapley mais il est probable qu'une autre détermination plus sûre de la parallaxe moyenne des céphéides sera possible dès que l'on aura déterminé un nombre plus grand de vitesses radiales de ces astres. Comme Wilson l'a remarqué les céphéides sont presque toutes des étoiles faibles (la grande majorité est plus faible que la septième grandeur) leur observation nécessite des instruments de grande ouverture. Il est donc souhaitable que l'étude d'un certain nombre de céphéides soient mise au programme des observatoires qui possèdent des instruments assez puissants.

Le problème du zéro de la relation période-luminosité qui a été longtemps un sujet de controverses peut être considéré comme tranché par l'étude de Wilson, car depuis diverses recherches sont venues appuyer son résultat.

Malmquist a déterminé les distances des amas au moyen des étoiles d'indice de coloration compris entre 0 et 0,25, il en a déduit pour deux d'entre eux que les distances de Shapley devaient être multipliées par 0,7 (chiffre que nous avons trouvé dans nos études) et que les magnitudes absolues de cet auteur devaient être augmentées de $+ 0,8 (\pm 0,2)$.

Lindblad déterminant le mouvement du soleil par rapport aux céphéïdes de classe I a trouvé $A = 337^\circ$ $D = + 57^\circ$ pour l'apex et $S = 220$ Km/sec comme vitesse du soleil. Ceci ne nécessite aucune correction aux résultats de Shapley.

Shapley lui-même a remarqué que l'adoption des résultats de Kapteyn et Van Rhijn conduisait à des luminosités trop faibles pour les étoiles B et les géantes rouges des amas globulaires. De plus il faudrait d'après eux que certaines céphéïdes galactiques aient des parallaxes trigonométriquement mesurables ; ce qui a été reconnu inexact.

Enfin on a pu déterminer la distance de quelques nébuleuses spirales au moyen de novae qui y furent observées Laplan-Jenssen en a déduit que le zéro de la relation période-luminosité est voisin de celui qu'a obtenu Shapley.

Recherches qui ont suivi celles de Wilson.

Comme nous venons de le voir, la méthode fondamentale de la détermination des distances des amas globulaires repose sur la courbe période luminosité des céphéï-

des, mais le point faible de cette méthode est la détermination du zéro de cette courbe. La question dite de la correction du zéro est de grande importance et depuis Shapley (1915) a été discutée par plusieurs astronomes. Les résultats que nous venons d'indiquer montrent la nécessité de réduire d'à peu près 30 à 40 % les distances déduites directement de la courbe (P, M).

Récemment Gerasmovic (1) et Kipper (2) ont examiné à nouveau ce sujet. Employant des méthodes différentes ils arrivaient à corriger le zéro d'une quantité $1^m,0$ et $1^m,1$ respectivement ce qui revient à multiplier les distances de la relation (P, M) par un facteur 0,6. En supposant que la théorie de la pulsation puisse expliquer la variation d'éclat et de vitesse radiales, Kipper a déterminé les parallaxes des céphéïdes en comparant la variation de rayon angulaire déduite de la variation de luminosité et de couleur avec l'amplitude de pulsation calculée d'après la courbe de vitesse radiale. Avec onze parallaxes ainsi déterminées il a obtenu une correction systématique de $1^m,1$ pour le point zéro.

D'autre part Gerasmovic appliquait la méthode classique. Il a fait une nouvelle détermination de la parallaxe moyenne des céphéïdes galactiques en se basant sur un meilleur matériel de mouvements propres. Comme la parallaxe séculaire dépend de la vitesse du soleil par rapport aux étoiles, Gerasmovic déduisit de

(1) *Astron. J.* N° 3 (1931)

(2) *Astron. Nach.* p. 250 (1931)

32 vitesses radiales, en accord avec le résultat de Stromberg, la valeur 14,1 km/sec pour la vitesse du soleil. Comme pour ces étoiles lointaines la composante de rotation galactique dans les vitesses radiales joue un rôle important, Gerasmovic a pris en considération ce facteur et a introduit un terme de rotation générale dans les équations de condition.

Mais pour Nordstrom (1), la méthode correcte serait d'utiliser les distances individuelles au lieu de la distance moyenne car il y a de grands écarts entre les distances des différentes étoiles la méthode est applicable si on suppose que la relation (P,M) soit valable pour les céphéïdes prises individuellement et en déterminant le point zéro par cette relation. Le résultat de Nordstrom nous donne pour la vitesse systématique des céphéïdes galactiques la valeur $S = 17.3$ km/sec et cette valeur réduit la correction du zéro de Gerasmovic de $1^m,0$ à $0^m,6$

Enfin Lundmark a examiné cette question au point de vue d'une échelle des distances métagalactiques (2). Pour lui la valeur maximum du point zéro serait environ $+ 0,6$. Il a comparé les différentes méthodes pour déterminer la distance de la grande Nuée de Magellan et il a trouvé que la distance déduite de l'étude des céphéïdes est un peu plus petite que celles données par les autres méthodes. L'auteur a attribué avec raison cette diffé-

(1) *Lund-Cire* N° 4, 1931

(2) *Lund-Medd.* II N° 60

rence à un effet d'absorption dans la zone de voie lactée.

En terminant, nous résumons dans le tableau suivant les diverses corrections du point zéro que nous venons de passer en revue.

TABLEAU VI

Méthode	Auteur	λ	Mo
Mouvement parallaxique	Wilson	0,715	0,73
Vitesses résiduelles	Gerasmovic		
moyennes		0,631	1,00
Pulsation	Kipper	0,603	1,10
Vitesse systématique	Nordstrom	0,759	0,60
Indice de coloration	Malmquist	0,700	0,77
Magnitude absolue			
hypothétique	Li-Hen	0,698	0,78
	Moyenne	0,684	0,83

Il semble que notre détermination est la plus voisine de la valeur moyenne. Ce résultat veut dire que les distances trouvées par Shapley pour les amas globulaires ainsi que les dimensions de la voie lactée doivent être multipliées par le facteur 0,684.

CATALOGUE I

Catalogue des Vitesses Radiales des Céphéides

N°	Etoile	α (1900)	δ (1900)	b	m	P	ρ
1	SW And	0 ^h 18 ^m , 5	+ 28° 51'	— 33°	9,2 — 10,0	0,44	— 42 à + 9
2	TU Cas	0 20, 9	+ 50° 43	— 12°	7,2 — 8,6	2,14	— 22,2
3	ϵ And	0 42, 0	+ 23° 43	— 40°	(5,1 — 5,2)*	17,77	— 25,9
4	α U Mi	1 22, 6	+ 88° 46	+ 25°	2,3 — 2,4	3,97	— 17,4
5	RR Cet	1 27, 0	+ 0° 50	— 59°	8,4 — 9,0	0,55	— 144 à — 59
6	SU Cas	2 43, 0	+ 68° 28	+ 7°	6,0 — 6,4	1,95	— 6,7
7	TU Per	3 1, 8	+ 52° 49	— 5°	11,4 — 12,2	0,61	— 350
8	SZ Tau	4 31, 4	+ 18° 20	— 19°	7,2 — 7,7	3,15	— 3,2
9	SV Per	4 42, 8	+ 42° 07	— 1°	8,5 — 9,5	11,13	— 28 à — 12
10	RX Eri	4 45, 0	— 15° 55	— 32°	(9,5 — 10,3)	0,59	+ 46 à + 86
11	SU Aur	4 49, 6	+ 30° 24	— 7°	8,4 — 9,0	0,47	+ 5 à + 41
12	U Lep	4 52, 0	— 21° 22	— 32°	9,0 — 10,0	0,58	+ 90 à + 139
13	RX Aur	4 54, 0	+ 39° 49	0°	7,2 — 8,1	11,62	— 31 à — 19
14	β Dor	5 32, 8	— 62° 33	— 32°	(4,2 — 5,7)	9,84	+ 68
15	RS Ori	6 16, 5	+ 14° 44	— 1°	(8,7 — 9,8)	7,57	+ 18 à + 60
16	T Mon	6 19, 8	+ 7° 8	— 2°	5,7 — 6,8	27,01	+ 11,8 $\pm$ 2,4

* Les chiffres entre parenthèses indiquent les magnitudes photographiques.

N°	Etoile	α (1900)	δ (1900)	b	m	P	ρ
17	RT Aur	6 22°	1 + 30° 34	+	9°	5,0 — 5,6	3,73 + 21,5
18	W Gem	6 29,	2 + 15° 24	+	4°	6,7 — 7,5	7,91 — 1,2
19	ϵ Gem	6 58,	2 + 20° 43	+	12°	3,7 — 4,3	10,15 + 6,7
20	RU Cam	7 10,	9 + 69° 52	+	28°	7,9 — 9,0	22,17 — 24,4
21	RR Gem	7 ^h 15 ^m ,	2 + 31° 4	+	20°	10,7 — 11,7	0,40 + 44 à + 95
22	S Ant	9 27,	9 — 28° 11	+	17°	6,3 — 6,8	0,65 — 5,0
23	ι Car	9 42,	5 — 62° 3	—	6°	3,6 — 5,0	35,25 + 4,0
24	RR Leo	10 2,	1 + 24° 29	+	53°	9,1 — 10,1	0,45 + 9 à + 58
25	SU Dra	11 32,	2 + 67° 53	+	48°	9,0 — 9,7	0,66 — 195 à — 152
26	S Mus	12 7,	4 — 69° 36	—	7°	6,4 — 7,3	9,66 + 11 $\pm$ 4 ?
27	SW Dra	12 13,	1 + 70° 4	+	46°	9,4 — 10,3	0,57 — 70 à + 12
28	W Vir	13 20,	9 — 2° 52	+	59°	8,7 — 10,4	17,27 — 95 à — 26
29	RV UMa	13 29,	4 + 54° 30	+	61°	(9,4 — 10,3)	0,47 — 248 à — 209
30	T Cen	13 36,	0 — 33° 6	+	29°	5,6 — 9,0	90,75 — 27,6 $\pm$ 0,8
31	V UMi	13 36,	9 + 74° 48	+	41°	7,5 — 8,7	67,00 — 159
32	W CVn	14 2,	2 + 38° 18	+	70°	(9,8 — 10,8)	0,55 + 15 à + 25

N°	Etoile	α (1900)	δ (1900)	b	m	P	ρ
33	RS Boo	14 29,	3 + 32° 12	+ 66°	9,2 — 10,2	0,38	— 56 à + 19
34	RY Boo	14 45,	2 + 23° 27	+ 62°	7,1 — 7,4	—	+ 0,9 $\pm$ 0,7
35	R Tra	15 10,	8 — 66° 8	— 6°	6,7 — 7,4	3,39	— 18,9
36	Rw CrB	15 35,	2 + 29° 57	+ 53°	9,3 — 9,8	0,73	— 93 à + 25
37	S Tra	15 52,	2 — 63° 30	— 8°	6,4 — 7,4	6,32	+ 3,7 $\pm$ 2,2
38	S Nor	16 10,	6 — 57° 39	— 5°	6,6 — 7,6	9,75	— 3,4 $\pm$ 2,8
39	VX Her	16 26,	2 + 18° 36	+ 38°	(9,5 — 11,5)	0,46	— 405 à — 374
40	RW Dra	16 33,	7 + 58° 3	+ 40°	(10,2 — 11,3)	0,44	— 124 à — 94
41	RV Sco	16 ^h 51 ^m , 8	— 33° 27	+ 5°	6,7 — 7,4	6,06	— 28,6 $\pm$ 2,6
42	RT Ser	17 34,	3 — 11° 53	+ 9°	9,2 — 14	—	+ 44 à + 125
43	X Sgr	17 41,	3 — 27° 48	0°	4,4 — 5,0	7,01	— 13,5
44	Y Oph	17 47,	3 — 6° 7	+ 8°	6,2 — 7,0	17,12	— 5,0
45	W Sgr	17 58,	6 — 29° 35	— 4°	4,3 — 5,1	7,59	— 25,0
46	W Ser	18 4,	1 — 15° 34	+ 1°	8,5 — 9,6	28,31	— 33 à + 7(?)
47	WZ Sgr	18 11,	1 — 19° 7	— 1°	8,0 — 9,2	21,85	— 4 à + 80
48	Y Sgr	18 15,	5 — 18° 54	— 3°	5,4 — 6,2	5,77	— 2 (?)

N°	Etoile	α (1900)	δ (1900)	b	m	P	ρ
49	U Sgr	18 26.	0	— 19° 12	6,5 — 7,3	6,74	— 29 à — 17
50	AC Her	18 26,	0	+ 21° 48	7,3 — 8,9	75,24	— 28 (?)
51	RZ Lyr	18 39,	9	+ 32° 42	10,7 — 11,7	0,51	— 281 à — 161
52	YZ Sgr	18 43,	7	— 16° 50	7,1 — 7,7	9,55	— 2 à + 11
53	x Pav	18 46,	6	— 67° 22	3,8 — 5,2	9,09	+ 36,5
54	R Lyr	18 52,	3	+ 43° 49	4,0 — 4,7	—	— 28,3 — 0,3
55	SZ Aql	18 59,	6	+ 1° 9	8,2 — 9,3	17,14	— 20 à + 2
56	TT Aql	19 3,	2	+ 1° 9	7,3 — 9,0	13,75	— 15 à + 18
57	RR Lyr	19 22,	3	+ 42° 36	6,8 — 7,7	0,57	— 68,7
58	U Aql	19 24,	0	— 7° 15	6,2 — 6,9	7,02	— 6,7
59	U Vul	19 32,	3	+ 20° 7	6,5 — 7,6	7,99	— 12,2
60	SU Cyg	19 40,	8	+ 29° 1	6,2 — 7,0	3,85	— 36,0
61	η Aql	19 ^h 47 ^m , 4	4	+ 0° 45	3,7 — 4,5	7,18	— 14,8
62	S Sge	19 51,	5	+ 16° 22	5,5 — 6,8	8,38	— 5,0
63	RW Aql	20 7,	3	+ 15° 46	8,4 — 9,2	—	+ 4 à + 21
64	R Sge	20 9,	5	+ 16° 25	8,6 — 9,9	70,84	— 28 à + 32

N°	Etoile	α (1900)	δ (1900)	b	m	P	ρ
65	V Vul	20 32,	3 + 26° 15	— 9°	8,2 — 8,9	75,98	— 29 à + 4
66	X Cyg	20 39,	5 + 35° 14	— 5°	6,2 — 7,4	16,39	+ 9,6
67	T Vul	20 47,	2 + 27° 53	— 11°	5,5 — 6,4	4,44	— 1,3
68	UY Cyg	20 52,	3 + 30° 3	— 10°	(9,6 — 10,4)	0,56	— 39 à — 33
69	RV Cap	20 55,	9 — 15° 37	— 21°	(9,2 — 10,7)	0,45	— 121 à — 51
70	DT Cyg	21 2,	3 + 30° 47	— 12°	5,6 — 6,0	2,50	— 0,2
71	SW Aqr	21 10,	2 — 0° 20	— 32°	(9,9 — 10,8)	0,46	— 56 à + 15
72	β Cep	21 27,	4 + 70° 7	+ 14°	(3,3 — 3,4)	0,19	— 7,2
73	VZ Cyg	21 47,	7 + 42° 40	— 10°	(8,4 — 9,2)	4,86	— 29 à — 6
74	δ Cep	22 25,	4 + 57° 54	+ 0°	3,7 — 4,6	5,37	— 16,4
75	RZ Cep	22 35,	4 + 64° 20	+ 6°	9,0 — 9,8	0,31	— 3 $\pm$ 3
76	Z Lac	22 36,	9 + 56° 18	— 2°	8,5 — 9,3	10,89	— 41 à — 3

CATALOGUE II

Catalogue des Mouvements propres et des Magnitudes absolues des Céphéïdes.

N ^o	Nom	α (1900)	δ (1900)	1	$\mu\alpha$	$\mu\delta$
SW And	0 ^h 18 ^m ,4	+ 28° 51'	84°	— 34°	— 0 ^s 0007	— 0 ^{''} ,004
TU Cas	0 20, 9	+ 50° 44	37°	— 11°	+ 0,0039	— 0,071
					— 0,0009*	— 0,008
RX Cep	0 42, 0	+ 81° 25	90°	+ 19°	— 0,0081	— 0,006
α UMi	1 22, 6	— 88° 45	91°	+ 25°	+ 0,138	+ 0,001
RR Cet	1 27, 0	+ 0° 45	113°	— 59°	—	— 0,068
U Tri	1 49, 7	+ 33° 16	106°	— 27°	—	— 0,010
VX Per	2 0, 8	+ 57° 58	100°	— 3°	— 0,0039	— 0,040
RS Cet	2 22, 9	— 0° 14	122°	— 54°	— 0,0009	— 0,009
SU Cas	2 43, 0	+ 68° 28	101°	+ 8°	+ 0,0021	— 0,006
					+ 0,0028	— 0,005
RW Cam	3 46, 2	+ 58° 21	112°	+ 4°	— 0,0044	— 0,014
RX Cam	3 56, 7	+ 58° 23	113°	+ 5°	— 0,0010	— 0,014
SZ Tau	4 31, 4	+ 18° 20	147°	— 18°	+ 0,0012	— 0,014
SV Per	4 42, 8	+ 42° 7	130°	— 1°	— 0,0008	+ 0,000
RX Eri	4 45, 2	— 15° 54	180°	— 32°	$\pm$ 0,0000	+ 0,064
SU Aur	4 49, 6	+ 30° 24	140°	— 8°	+ 0,0019	— 0,034
RX Aur	4 54, 5	+ 39° 49	133°	— 1°	— 0,0027	$\pm$ 0,000
					— 0,0013	$\pm$ 0,000
β Dor	5 ^h 32 ^m ,8	— 62° 33	239°	— 32°	— 0,0011	+ 0,015
ST Tau	5 39, 4	+ 13° 32	161°	— 7°	— 0,0003	+ 0,014
SS Gem	6 2, 5	+ 22° 38	156°	+ 2°	— 0,0006	+ 0,002
T Mon	6 19, 8	+ 7° 8	170°	— 1°	— 0,0020	+ 0,004
					+ 0,0001	— 0,001

CATALOGUE II

Catalogue des mouvements propres et des magnitudes absolues des Céphéides

N ^o	μ	m_{vis}	m_{ph}	P	Sp	M _v	M _{ph}
1	0,010	9,3	9,7	0j442	A ₃ - F ₈	— 0,33	—
2	0,080 0,012	7,9	8,5	2,139	F ₅ - G ₂	— 1,20	— 0,80
3	0,019	7,6	—	130 (1)	G ₀	— 7,10	—
4	0,046	2,1	2,6	3,968	F ₇	— 1,80	—
5	0,069	8,6	8,8	0,553	F ₀	— 0,38	—
6	0,023	11,6	12,5	0,447	—	— 0,33	—
7	0,050	—	10,5	10,895	F ₇	—	— 1,35
8	0,016	9,2	10,0	17,41 (2)	G ₀ - G ₅	—	—
9	0,014 0,016	5,9	6,6	1,955	F ₂ - F ₉	— 1,12	—
10	0,037	8,9	9,7	16,41	G ₄	—	—
11	0,016	8,1	8,5	7,91	G ₂ - K ₂	—	—
12	0,022	—	7,1	3,149	F ₄ - G ₂	— 1,60	—
13	0,009	9,0	9,9	11,13	F ₈ - K ₀	—	—
14	0,064	—	9,2	0,587	F ₀	— 0,39	—
15	0,042	8,7	9,5	0,470	G ₂	— 0,35	—
16	0,031 0,015	7,6	8,6	11,626	G ₀ - G ₅	— 3,39	— 2,01
17	0,017	3,9	5,0	9,84	F ₂ - F ₈	— 3,10	—
18	0,015	8,7	9,0	4,04	F ₅ - G ₅	—	—
19	0,009	9,0	—	44,87 (3)	G ₀ - K ₀	— 5,50	—
20	0,030 0,002	6,2	7,2	27,01	F ₈ - K ₀	— 4,74	— 2,75

Nom	α (1900)	δ (1900)	l	b	$\mu\alpha$	$\mu\delta$
RT Aur	6 22, 1	+ 30° 33	151°	+ 10°	+ 0,0011 — 0,0005	— 0,020 — 0,019
W Gem	6 29, 2	+ 15° 24	165°	+ 4°	+ 0,0001	— 0,010
ζ Gem	6 58, 2	+ 20° 43	163°	+ 12°	— 0,0003 — 0,0004	— 0,005 — 0,009
RU Cam	7 10, 9	+ 69° 51	113°	+ 28°	+ 0,0071 + 0,0010	— 0,009 + 0,012
U Mon	7 26, 0	— 9° 34	194°	+ 5°	— 0,0014	— 0,017
X Pup	7 28, 5	— 20° 42	204°	0°	+ 0,0006	+ 0,036
RS Pup	8 9, 2	— 34° 17	220°	0°	— 0,0020 — 0,0007	— 0,003 + 0,024
V Car	8 26, 7	— 59° 47	243°	— 11°	— 0,0008 — 0,0017	— 0,017 — 0,012
RZ Vel	8 33, 6	— 43° 46	230°	— 1°	— 0,0031	+ 0,001
T Vel	8 ^h 34 ^m , 4	— 47° 1	233°	— 3°	+ 0,0023	— 0,017
SX Vel	8 41, 5	— 45° 58	233°	— 2°	— 0,0021	+ 0,002
V Vel	9 19, 2	— 55° 32	244°	— 4°	+ 0,0004 + 0,0017	— 0,027 — 0,015
t Car	9 42, 5	— 62° 3	251°	— 7°	— 0,0024 — 0,0018 — 0,0032	+ 0,012 + 0,003 + 0,023
UX Car	10 25, 4	— 57° 6	252°	+ 1°	— 0,0048	— 0,010
Y Car	10 29, 4	— 57° 59	253°	0°	— 0,0029	+ 0,012
VY Car	10 40, 6	— 57° 2	254°	+ 2°	+ 0,0044	— 0,031
U Car	10 53, 7	— 59° 12	256°	0°	± 0,0000	+ 0,001
ER Car	11 5, 4	— 58° 18	257°	+ 1°	— 0,0013 — 0,0010	— 0,010 — 0,024
SU Dra	11 32, 2	+ 67° 53	100°	+ 49°	— 0,0010	— 0,131
S Mus	12 7, 4	— 69° 36	266°	— 7°	— 0,0028 — 0,0027	— 0,011 — 0,012

N°	μ	m_{vis}	m_{ph}	P	Sp	Mv	Mpa
21	0,024 0,020	5,3	6,0	3,728	F ₁ - G ₅	— 1,77	—
22	0,010	7,1	7,6	7,915	F ₆ - G ₅	— 2,79	—
23	0,007 0,011	3,9	4,6	10,154	G _{0p} -	— 3,18	—
24	0,038 0,013	8,4	9,6	22,13	K ₀ (4)	— 4,44	—
25	0,027	6,5	7,1	56 (5)	G ₅ - K ₂	— 5,85	—
26	0,037	8,5	9,5	25,958	F ₅ - K ₂	— 4,65	—
27	0,025 0,025	7,4	8,5	41,337	G ₅ - K ₇	— 5,40	— 3,24
28	0,018 0,018	7,8	8,7	6,695	G ₂ - K ₀	— 2,54	— 1,60
29	0,033	7,0	8,1	—	K ₀	—	—
30	0,029	8,0	—	4,639	G ₀ - K ₅	— 2,03	—
31	0,022	8,1	8,9	—	G ₅	— —	—
32	0,027 0,021	7,5	7,8	4,371	F ₈ - G ₅	— 1,95	— 1,29
33	0,021 0,013 0,023	4,2	5,1	35,523	F ₈ - K ₀	— 5,14	— 3,06
34	0,040	8,2	8,6	3,682	F ₂ - K ₀	— 1,77	—
35	0,026	8,4	—	3,640	F ₅	—	—
36	0,047	7,3	8,5	18,984	F ₈ - K ₂	— 4,15	—
37	0,001	7,4	8,4	38,750	F ₈ - K ₅	— 5,30	—
38	0,014 0,025	7,1	7,5	7,719	F ₈	—	— 1,70
39	0,131	9,2	9,5	0,660	A ₂ - A ₅	— 0,42	—
40	0,018 0,018	6,8	7,6	9,657	F ₈ - G ₅	— 3,07	— 1,86

Nom	α (1900)	δ (1900)	l	b	$\mu\alpha$	$\mu\delta$
T Cru12	15, 9	— 61° 44	270°	+ 1°	+ 0,0026 + 0,0006	± 0,000 + 0,002
R Cru 12 ^h 18 ^m ,1		— 61° 4	267°	+ 2°	+ 0,0004 + 0,0012	— 0,017 — 0,023
R Mus 12	36, 0	— 68° 52	269°	— 6°	+ 0,0003 — 0,0004	— 0,008 — 0,003
S Cru 12	48, 4	— 57° 53	271°	+ 5°	— 0,0053 + 0,0007	— 0,013 — 0,016
W Vir 13	20, 9	— 2° 52	288°	+ 59°	— 0,0054	+ 0,019
XX Cen 13	33, 8	— 57° 6	277°	+ 5°	— 0,0025 — 0,0078	— 0,010 + 0,001
RV CVn 13	55, 1	+ 32° 7	21°	+ 74°	—	— 0,008
W CVn 14	2, 2	+ 38° 18	40°	+ 70°	—	— 0,015
ST Vir 14	22, 5	— 0° 27	315°	+ 53°	—	— 0,016
V Cen 14	25, 4	— 56° 27	284°	+ 3°	— 0,0033	— 0,018
RS Boo 14	29, 3	+ 32° 12	19°	+ 66°	—	— 0,008
RY Boo 14	45, 2	+ 23° 27	0°	+ 62°	+ 0,0037 — 0,0012	— 0,011 — 0,025
R TrA 15	10, 8	— 66° 8	284°	— 6°	— 0,0013	— 0,016
RW CrB 15	35, 3	+ 29° 56	15°	+ 53°	— 0,0063	— 0,016
S TrA 15 ^h 25 ^m ,2		— 63° 30	289°	— 8°	— 0,0008 — 0,0039 — 0,0013	— 0,008 — 0,018 — 0,016
U TrA 15	58, 4	— 62° 38	291°	— 8°	+ 0,0055 + 0,0019	± 0,000 — 0,033
S Nor 16	10, 6	— 57° 39	295°	— 5°	+ 0,0004 + 0,0011	— 0,009 — 0,006
TZ Her 16	31, 1	+ 38° 11	28°	+ 42°	— 0,0020	— 0,008
RV Sco 16	51, 8	— 33° 27	318°	+ 5°	— 0,0003 — 0,0005	— 0,028 — 0,048
BF Oph 16	59, 9	— 26° 27	324°	+ 8°	0,0000	+ 0,003

N ^o	μ	m _{vis}	m _{ph}	P	Sp	Mv	Mph
41	0,019 0,005	7,2 ⁽⁶⁾	8,0	6,732	G ₀ - G ₅	— 2,54	— 1,60
42	0,017 0,025	7,3	8,2	5,825	F ₅ - K ₀	— 2,33	— 1,48
43	0,008 0,004	7,0	7,9	0,882 ⁽⁷⁾	F ₅ - G ₅	— 0,53	— 1,69
44	0,004 0,017	7,0	7,8	4,690	F ₅ - G ₈	— 2,03	— 1,33
46	0,083	9,6 ⁽⁸⁾	—	17,272	Pec.	— 4,00	—
46	0,022 0,064	7,4	7,6	10,951	F ₅ - K ₀	—	— 1,97
47	0,023	11,1	11,7	0,364	—	— 0,31	—
48	0,042	—	10,3	0,552	A ₇ - F ₆	— 0,38	—
49	0,018	10,8	11,2	0,411	—	— 0,33	—
50	0,033	7,1 ⁽⁹⁾	7,5	5,494	F ₅ - G ₅	— 2,23	—
51	0,014	10,3	—	0,377	A ₃ - F ₄	— 0,32	—
52	0,052	7,2	7,6	9,00	F ₅	— 2,96	—
53	0,026 0,018	7,0	7,6	3,389	F ₅ - G ₅	— 1,67	— 1,12
54	0,084	9,6	—	0,726	A ₈ - E ₈	— 0,45	—
55	0,010 0,032 0,018	6,9	7,2	6,323	F ₅ - K ₀	— 2,41	— 1,54
56	0,038 0,036	8,1	8,4	2,568	F ₂ - G ₅	— 1,38	— 0,94
57	0,010 0,011	7,1	7,5	9,752	E ₅ - G ₂	— 3,10	— 1,88
58	0,025	8,8	—	45,2	F ₅	—	—
59	0,028 0,048	7,1	7,6	6,061	F ₅ - G ₆	— 2,37	— 1,50
60	0,003	6,8	8,1	4,068	F ₅ - K ₂	—	—

Nom	α (1900)	δ (1900)	l	b	$\mu\alpha$	$\mu\delta$
ST Oph 17	28, 8	— 1° 1	350°	+ 16°	—	+ 0,005
X Sgr 17	41, 3	— 27° 48	330°	0°	— 0,0005	— 0,017
RY Sco 17	44, 3	— 33° 40	324°	— 4°	+ 0,0013	+ 0,017
					+ 0,0020	+ 0,017
Y Oph 17	47, 3	— 6° 7	348°	+ 8°	— 0,0000	— 0,003
					— 0,0011	— 0,011
W Sgr 17	58, 6	— 29° 35	329°	— 4°	+ 0,0007	— 0,007
					— 0,0004	+ 0,007
AP Sgr 18 ^h	7 ^m , 0	— 23° 9	335°	— 3°	— 0,0007	— 0,011
WZ Sgr 18	11, 1	— 19° 7	339°	— 1°	— 0,0005	— 0,048
Y Sgr 18	15, 5	— 18° 54	341°	— 3°	+ 0,0015	— 0,005
					+ 0,0012	— 0,029
					+ 0,0005	— 0,007
XX Sgr 18	19, 0	— 16° 51	342°	— 3°	+ 0,0005	— 0,060
					— 0,0024	— 0,015
U Sgr 18	26, 0	— 19° 12	341°	— 6°	— 0,0006	— 0,007
					— 0,0012	— 0,001
RU Sct 18	36, 7	— 4° 12	356°	— 1°	— 0,0011	— 0,015
					— 0,0028	+ 0,040
YZ Sgr 18	43, 7	— 16° 50	345°	— 8°	+ 0,0019	— 0,005
BB Sgr 18	45, 1	— 20° 24	342°	— 9°	+ 0,0009	— 0,047
χ Pav 18	46, 6	— 67° 22	295°	— 25°	— 0,0004	+ 0,017
SZ Aul 18	59, 6	+ 1° 9	3°	— 3°	— 0,0015	— 0,010
					— 0,0001	+ 0,017
TT Aql 19	3, 2	+ 1° 9	3°	— 4°	— 0,0002	— 0,015
					+ 0,0005	— 0,032
RR Lyr 19 ^h	22 ^m , 3	+ 42° 36	42°	+ 12°	— 0,0106	— 0,190
U Aql 19	24, 0	— 7° 15	359°	— 12°	+ 0,0003	— 0,003
XZ Cyg 19	30, 4	+ 56° 10	35°	+ 16°	+ 0,0127	— 0,042
U Vul 19	32, 3	+ 20° 7	23°	— 1°	— 0,0004	— 0,030

N ^o	μ	m _{vis}	m _{ph}	P	Sp	Mv	Mph
61	0,009	10,6	11,6	0,450	—	0,33	—
62	0,018	4,7	5,6	7,012	F ₅ - G ₉	2,61	—
63	0,024	8,2	9,0	20,314	F ₈ - K ₀	4,28	2,48
	0,030						
64	0,003	6,3	7,7	17,121	F ₈ - G ₇	3,97	2,31
	0,020						
65	0,011	4,7	5,4	7,595	F ₂ - G ₀	2,70	1,69
	0,009						
66	0,015	7,3	7,7	10,8 ⁽¹²⁾	F ₅ - K ₀	3,25	—
67	0,048	8,5	9,3	21,85	G ₀ - K ₅	—	—
68	0,022	5,8	6,5	5,773	F ₅ - G ₈	2,30	1,48
	0,031						
	0,010						
69	0,060	9,0	10,1	6,424	F ₈ - K ₀	2,46	1,56
	0,038						
70	0,001	6,9	8,6	6,745	F ₈ - K ₀	2,54	1,60
	0,017						
71	0,022	8,9	11,1	19,696	G ₅ - M	4,28	2,43
	0,058						
72	0,027	7,4	8,5	9,553	G ₂ - K ₂	3,06	—
73	0,049	7,5	8,1	6,637	F ₈ - K ₀	2,54	—
74	0,017	4,5	5,1	9,106	F ₅ - G ₅	3,00	—
75	0,024	8,7	10,4	17,138	G ₁ - K ₅	3,97	2,31
	0,017						
76	0,015	7,6	9,0	13,755	G ₀ - K ₃	3,65	2,14
	0,033						
77	0,223	7,6	—	0,567	B ₀ - F ₂	0,38	—
78	0,005	6,7	7,4	7,024	G ₀ - G ₀	2,61	—
79	0,114	9,0	9,9	0,467	A ₀ - A ₈	0,35	—
80	0,031	7,0	8,3	7,990	F ₈ - K ₀	2,79	—

Nom	α (1900)	δ (1900)	1	b	$\mu\alpha$	$\mu\delta$
SU Cyg 19	40, 8	+ 29° 1	32°	+ 12°	— 0,0015 $\pm$ 0,0000	— 0,010 = 0,002
η Aql 19	47, 4	+ 0° 45	8°	— 14°	+ 0,0005 + 0,0005	— 0,011 — 0,007
SV Vul 19	47, 4	+ 27° 12	31°	— 1°	— 0,0006	— 0,016
S Sge 19	51, 5	+ 16° 22	22°	— 7°	+ 0,0002 — 0,0006 + 0,0002	— 0,005 — 0,014 $\pm$ 0,000
CF Cyg 19	58, 8	+ 51° 49	53°	+ 10°	— 0,0003	$\pm$ 0,000
CD Cyg 20	0, 6	+ 33° 50	38°	0°	— 0,0005	+ 0,018
R Sge 20	9, 5	+ 16° 25	25°	— 11°	— 0,0007	— 0,020
SZ Cyg 20	29, 6	+ 46° 16	52°	+ 3°	+ 0,0078 — 0,0014	— 0,014 — 0,008
V Vul 20	32, 3	+ 26° 15	36°	— 9°	— 0,0022	— 0,001
X Cyg 20	39, 5	+ 35° 14	44°	— 5°	— 0,0011 — 0,0011	— 0,012 — 0,010
T Vul 20	47, 2	+ 27° 53	39°	— 11°	$\pm$ 0,0000 — 0,0005 + 0,0005	$\pm$ 0,000 — 0,007 — 0,012
VX Cyg 20	53, 6	+ 39° 48	50°	— 5°	— 0,0014	+ 0,045
SW Aqr 21	10, 2	— 0° 20	19°	— 32°	—	— 0,039
β Cep 21	27, 4	+ 70° 7	75°	+ 13°	+ 0,0037 + 0,0022	+ 0,003 + 0,006
SX Aqr 21z31, 1		+ 2° 47	25°	— 35°	—	— 0,027
Y Lac 22	5, 2	+ 50° 33	66°	— 5°	+ 0,0020	— 0,003
δ Cep 22	25, 4	+ 57° 54	73°	+ 1°	+ 0,0014 + 0,0020	+ 0,002 + 0,026
RZ Cep 22	35, 7	+ 64° 20	77°	+ 5°	—	+ 0,179
Z Lac 22	36, 9	+ 56° 18	73°	— 2°	— 0,0005	— 0,014
12 Lac 22	37, 0	+ 39° 42	65°	— 17°	— 0,0017	— 0,004
RR Lac 22	37, 5	+ 55° 55	73°	— 3°	+ 0,0038	— 0,028
V Lac 22	44, 5	+ 55° 48	74°	— 3°	+ 0,0020	— 0,004
X Lac 22	45, 0	+ 55° 54	74°	— 3°	+ 0,0020	— 0,025

N ^o	μ	m _{vis}	m _{ph}	P	Sp	Mv	Mph
81	0,022	6,6	7,1	3,845	F ₀ - G ₁	— 1,78	— 1,21
	0,002						
82	0,013	4,1	4,8	7,177	F ₂ - G ₆	— 2,64	—
	0,011						
83	0,018	7,5	9,0	45,128	G ₂ - M ₀	— 5,50	—
84	0,006	5,8	6,3	8,382	F ₈ - G ₇	— 2,84	— 1,75
	0,017						
	0,003						
85	0,003	8,8	—	6,35 ⁽¹³⁾	A ₂	—	—
86	0,019	9,0	10,3	17,07	G ₀ - G ₆	— 3,95	—
87	0,022	9,5	—	70,84	G ₅	— 6,20	—
88	0,082	9,3	10,3	15,113	G ₅ - K7	— 3,79	— 2,21
	0,017						
89	0,030	9,1	—	37,79	G ₇ - K ₀	— 5,25	—
90	0,018	6,5	7,3	16,386	F ₈ - K ₀	— 3,90	— 2,28
	0,016						
91	0,000	5,8	6,5	4,436	F ₈ - G ₆	— 1,98	— 1,30
	0,010						
	0,014						
92	0,048	10,4	11,13	20,140	R ₀	—	—
93	0,066	10,4	—	0,459	A ₃	— 0,34	—
94	0,019	3,3	—	0,190	B ₁	— 0,33	—
	0,013						
95	0,027	11,8	—	0,536	—	— 0,36	—
		9,3	9,8	4,324	F ₈	—	—
97	0,011	—	4,1	5,366	F ₄ - G ₀	— 2,20	—
	0,030						
98	0,197	9,4	—	0,309	A ₀ - A ₃	— 0,32	—
99	0,015	8,9	9,7	10,885	F ₈ - K ₂	—	—
100	0,020	5,2	—	0,19	B ₂	—	—
101	0,043	9,0	9,5	6,42	G ₃	—	—
102	0,017	9,0	9,4	4,98	F ₂ - G ₅	—	—
103	0,030	8,4	9,2	5,44	G ₁ - G ₅	—	—

*Dans le cas de plusieurs déterminations du mouvement propre d'une même étoile, nous mettons premièrement le résultat de Wilson, deuxièmement celui de Gerasmovic et troisièmement celui de Boss.

- (1) D'après Prager $P = 58j5$.
 - (2) $P = ?$ Variable ?
 - (3) $P = 89,31$ période variable.
 - (4) $Sp = R$ Variable à longue période ?
 - (5) $P = 29,26$.
 - (6) $\overline{m_v} = 6,8$.
 - (7) $P = 7,510$.
 - (8) $\overline{m_v} = 10,1$; $Sp = pec$; céphéïde ?
 - (9) $\overline{mv} = 6,8$.
 - (10) Période incertaine ?
 - (11) Variable à éclipse.
 - (12) $P = 5,058$?
 - (13) $P = ?$ Variable ?
 - (14) $P = 75,98$.
 - (15) $\overline{mv} = 11,4$.
-

CHAPITRE II

RÉPARTITION DES CÉPHÉIDES

I. — En longitude et latitude galactique

La répartition des céphéïdes sur la sphère céleste est représentée par les figures 5 et 6 sur lesquelles nous portons en abscisses les longitudes et en ordonnées les latitudes galactiques. Les principales caractéristiques de cette figure sont les suivantes :

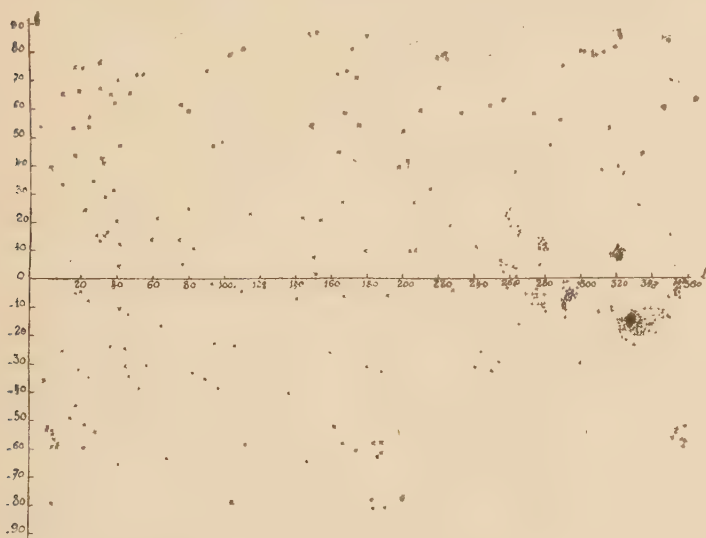


Fig. 5. — Répartition des céphéïdes en longitudes et latitudes pour la classe I $P < 1j$.

1° On trouve des astres des deux classes à toutes les longitudes sauf au voisinage du pôle sud où il ne s'en trouve aucun.



Fig. 6. — Répartition des céphéïdes en longitudes et latitudes pour la classe II $P > 1.1$.

2° Leur densité de répartition est beaucoup plus grande au voisinage du plan galactique que dans les autres parties de la sphère céleste. Les Céphéïdes de la classe II y sont presque toutes concentrées, c'est pourquoi on les appelle souvent les galacto-céphéïdes ou céphéïdes galactiques.

3° La distribution en longitude est assez capricieuse et doit correspondre à l'irrégularité de forme de la voie

lactée : dans certaines régions se trouvent de véritables essaims d'étoiles tandis que dans d'autres il n'y en a presque pas. Remarquons que pour la classe I, il existe trois groupes de condensation entre les longitudes 270° et 360° et pour la classe II une condensation entre 250° et 270° , tous ces groupes sont au voisinage du plan galactique.

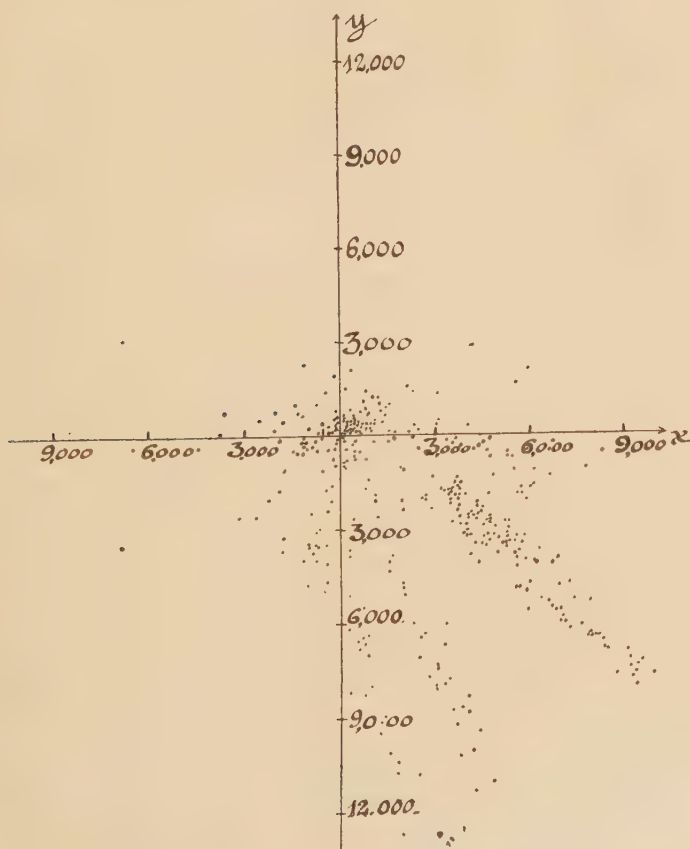


Fig. 7. — Répartition spatiale des céphéides en projection sur le plan galactique (cl I)

La figure représente le plan galactique, le soleil se trouve en O, l'axe ox est dirigé vers la longitude 0° . Chaque point représente une céphéide projeté sur le plan galactique. L'unité est le parsec.

II. — Dans l'espace.

Pour mieux comprendre la répartition spatiale des céphéïdes, nous avons fait deux graphiques représentant les projections de ces astres sur le plan galactique et sur le premier méridien galactique.

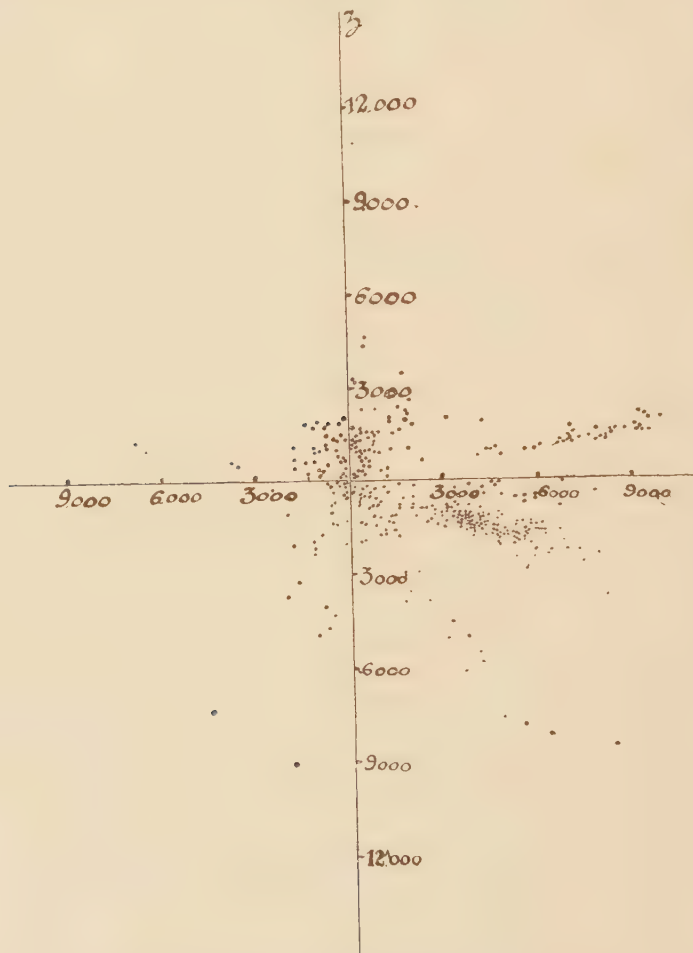


Fig. 8. — Répartition spatiale des céphéïdes en projection sur le méridien galactique de longitude 0° , oz est dirigé vers le pôle galactique (cl. I).

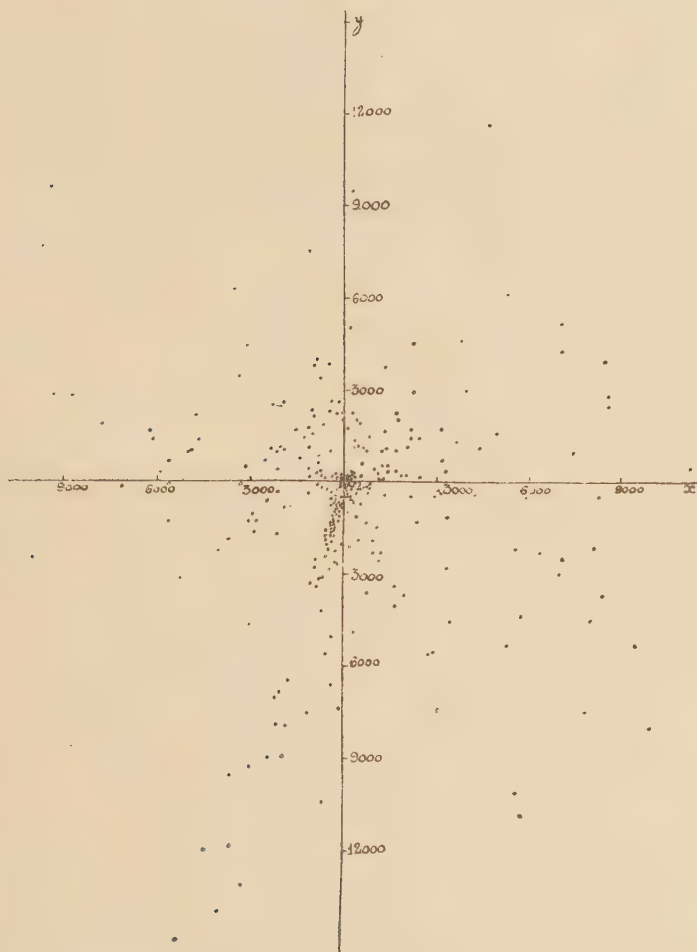


Fig. 9. — Répartition spatiale des céphéïdes en projection sur le plan galactique (cl. II)

Pour la classe I, les astres se trouvent presque tous concentrés autour du soleil dans une sphère de rayon de 3.000 parsecs avec trois branches étendues dans des directions de longitudes 270° à 360° . (Ce sont les trois groupes de condensation décrits dans le paragraphe

précédent.) L'ensemble de ces deux systèmes de projection nous fait penser que ces céphéïdes pourraient être réparties sur un bras de nébuleuse au bout duquel on observerait une agglomération très dense peut-être le noyau, cela pourrait être une indication sur la forme spirale de la galaxie. Remarquons que le soleil occupe une position assez décentrée par rapport à l'ensemble de ce groupe d'étoiles.



Fig. 10. — Répartition spatiale des céphéïdes en projection sur le méridien de longitude 0° , oz est dirigé vers le pôle galactique (cl. II).

Les mêmes systèmes de projection de la classe II donnent une image un peu différente. La concentration galactique est très accentuée et le groupe présente un bras étendu entre les longitudes 250° à 270° . La répartition de cette classe d'étoiles présente aussi une forme spirale

III. — En distance au plan galactique.

Pour cette étude, nous avons dénombré nos astres dans des intervalles plus ou moins grands et d'après leur distance au plan galactique, N désigne le nombre d'étoiles de chaque intervalle. Puis pour trouver le nombre d'étoiles qu'il y aurait dans des intervalles de 100 parsecs, aux diverses distances nous calculons :

$$\Delta'_{11} = N_1 \times \frac{10}{z_1 + 1 - z_1}$$

où $z_1 + 1$ et z_1 sont les côtés limités d'un même intervalle. Enfin nous cherchons le nombre densité des étoiles dans chaque intervalle en prenant pour unité de densité la densité maximum c'est-à-dire celle du voisinage du plan galactique. Portons en abscisse les z , distances des céphéides au plan galactique et en ordonnées le logarithme de la densité relative, $\log \Delta$, nous obtenons les deux courbes suivantes pour les deux classes d'étoiles.

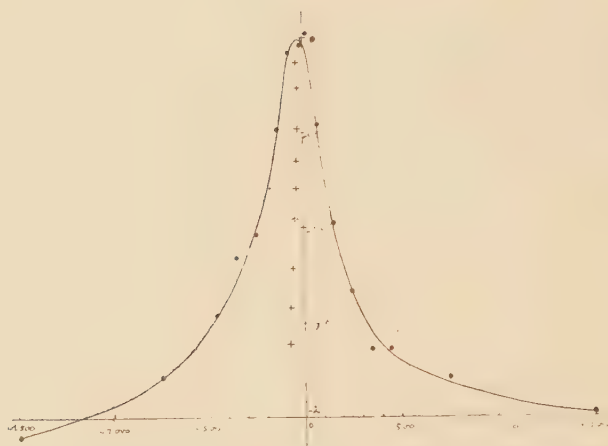


Fig. 11. — Distribution des céphéïdes de classe II en distance au plan galactique.

Abscisses : distance au plan galactique (en parsecs). Ordonnées : logarithme de la densité de ces céphéïdes (en prenant pour unité leur densité pour $z = 0$).

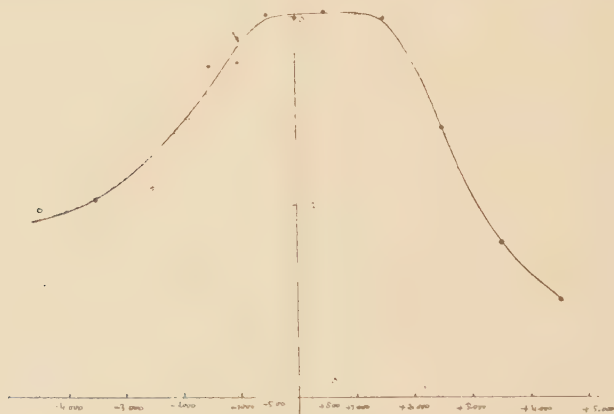


Fig. 12. — Distribution des Céphéïdes de classe I en distance au plan galactique

Abscisses : distance au plan galactique (en parsecs). Ordonnées : logarithme de la densité, l'unité étant la densité au voisinage du soleil.

TABLEAU VII
Distribution des Céphéides en distance
au plan galactique.

CL. II P > I j.				CL. I P < I j.				
Z	N	Δ'	Δ	log Δ	Z	N	Δ	log Δ
10.000	10	0,20	0,0023	3.36173	4.500	6	0,095	2.97772
5.000	11	0,37	0,0043	3.63347	3.500	7	0,111	1.04532
2.000	7	0,7	0,0080	3.90309	2.500	8	0,127	1.10380
1.000	7	1,4	0,0161	2.20683	1.500	34	0,540	1.73239
500	3	3	0,0345	2.53782	1.000	35	0,556	1.74507
400	6	6	0,0690	2.83885	500	63	1.000	0.00000
300	8	8	0,0920	2.96379	0	62	0,984	1.99300
200	28	28	0,3210	1.50759	500	64	1,016	0.00689
100	36	72	0,8276	1.91782	1.500	61	0,968	1.98588
50	39	78	0,8966	1.95260	2.500	16	0,254	1.40483
0	48	96	1,1034	0.04258	3.500	4	0,063	2.79934

Cl. II P > I j.				Cl. I P < I j.			
z	N	Δ	$\log \Delta$	z	N	Δ	$\log \Delta$
+ 50	15	30	0,3448	+ 4,500	2	0,032	- 2,50515
+ 100	13	13	0,1494				
+ 200	4	4	0,0460				
+ 300	2	2	0,0230				
+ 400	2	2	0,0230				
+ 500	7	1,4	0,0161				
+ 1.000	13	1,3	0,0149				
+ 2.000	11	0,37	0,0043				
+ 5.000	8	0,16	0,0018				
+ 10.000							

La courbe ainsi construite est pour la classe II une courbe en cloche, ce qui montre que :

1° Les astres sont très concentrés dans le plan galactique. Les croix sur le graphique représentent le milieu de divers segments horizontaux découpés par la courbe, ces croix sont toutes à des côtes négatives, on en déduit que le soleil semble être à 46 parsecs du plan galactique.

2° Les étoiles de ce groupe sont distribuées sensiblement en nombre égal de part et d'autre du plan galactique.

3° La courbe tend asymptotiquement vers l'axe des abscisses lorsque $z = \pm 10,000$ parsecs.

Pour la classe I, cette courbe présente une forme dégénérée de la précédente, ce qui montre que les céphéïdes de ce groupe sont assez dispersées en distance au plan galactique, leur excès au nord de ce plan est dû peut être à ce que cet hémisphère a été plus observé que l'autre.

IV. — En distance au soleil

Menons par le soleil le triedre de coordonnées galactiques dont l'axe O Z est dirigé vers le pôle galactique de la direction.

$$\alpha = 12^{\text{h}} 48^{\text{m}} \qquad \delta = + 28^{\circ},0$$

O X est l'intersection du plan galactique et l'équateur céleste et O Y est situé dans le plan galactique et fait avec O X un angle de 90° dans le sens direct. Si nous appliquons le même procédé pour étudier la distribution des céphéïdes en x et en y c'est-à-dire en distances aux plans Y O Z et Z O X, nous trouverons des courbes de

distribution en forme de cloche tout à fait analogues aux précédentes. Ceci veut dire que les céphéïdes (particulièrement celles de classe II) sont concentrées au voisinage du soleil et qu'elles se raréfient dans toutes les directions lorsque leur distance au soleil augmente.

TABLEAU VIII
Distribution des Céphéïdes en x et y.

Cl. II P > I j.					Cl. I P < I j.			
x ou y	N _x	Δ _y	N _y	Δ _x	Δ N _y	Δ _x	N _x	Δ _y
— 10.000	1	0,011	2	0,031	0	0	3	0,029
— 9.000	4	0,043	5	0,078	1	0,014	7	0,067
— 8.000	1	0,011	5	0,078	0	0	12	0,118
— 7.000	2	0,022	5	0,078	1	0,014	24	0,235
— 6.000	4	0,043	4	0,063	1	0,014	14	0,137
— 5.000	7	0,075	6	0,094	0	0	10	0,098
— 4.000	6	0,065	4	0,063	3	0,042	11	0,108
— 3.000	7	0,075	15	0,234	0	0	13	0,127
— 2.000	14	0,151	21	0,328	8	0,113	10	0,098
— 1.000	33	0,355	40	0,625	26	0,366	26	0,255
0	93	1,000	64	1,000	71	1,000	102	1,000
+ 1.000	30	0,323	35	0,547	50	0,704	29	0,284
+ 2.000	19	0,204	23	0,359	26	0,366	4	0,039
+ 3.000	9	0,097	15	0,234	15	0,211	3	0,029
+ 4.000	6	0,065	4	0,063	22	0,310	1	0,010
+ 5.000	4	0,043	3	0,047	13	0,183	0	0
+ 6.000	4	0,043	3	0,047	6	0,085	0	0
+ 7.000	4	0,043	2	0,031	13	0,183	0	0
+ 8.000	5	0,054	3	0,047	11	0,155	1	0,010
+ 9.000	4	0,043	1	0,016	8	0,113	0	0
+ 10.000	1	0,011	0	0	2	0,028	0	0

Pour montrer plus clairement ce fait, nous étudions la distribution de nos astres en distance au soleil. Le graphique ci-dessous représente la densité des céphéïdes dans des couches sphériques ayant pour centre le soleil et dont les rayons diffèrent de 1.000 parsecs.

TABEAU IX

Distribution des Céphéïdes en distance au soleil.

Distance	Classe I			Classe II			Ensemble		
	N	Δ	%	N	Δ	%	N	Δ	%
0	34	0,708	13,2	57	1.000	21,3	91	1.000	17,3
1.000	48	1.000	18,7	41	0,719	15,3	89	0,978	17,0
2.000	28	0,583	10,9	43	0,754	16,0	71	0,780	13,5
3.000	22	0,458	8,6	22	0,386	8,2	44	0,484	8,4
4.000	18	0,375	7,0	14	0,246	5,2	32	0,352	6,1
5.000	19	0,396	7,4	9	0,158	3,4	28	0,308	5,3
6.000	14	0,292	5,4	8	0,140	3,0	22	0,242	4,2
7.000	10	0,208	3,9	11	0,193	4,1	21	0,231	4,0

TABLEAU IX (suite)

Distance	N		%	N	Δ	%	N	Δ
8.000								
	17	0,354	6,6	8	0,140	3,0	25	0,275
9.000								
	19	0,396	7,4	9	0,158	3,4	28	0,308
10.000								
	28	0,058	1,1	32	0,056	1,2	60	0,066
20.000								
	0	0	0	14	0,025	0,5	14	0,015
30.000								

Les courbes construites en portant en abscisses les distances r des céphéïdes au soleil et en ordonnées les densités relatives correspondantes présentent les caractéristiques suivantes :

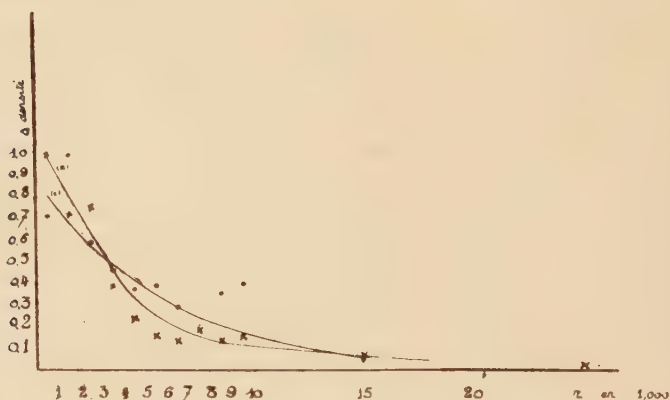


Fig. 13 — Distribution des céphéïdes en distance au soleil.
Abscisses : distance au soleil (en 1.000 parsecs). Ordonnées : densité relative.

1° La plus grande densité se trouve au voisinage du soleil dans une sphère de 1.000 parsecs.

2° Le nombre de céphéïdes diminue lorsque leurs distances au soleil augmentent.

3° Les courbes tendent asymptotiquement vers l'axe des abscisses. Au delà de 30.000 parsecs on ne trouve pratiquement plus de céphéïdes (1).

Cela ne veut pas dire que la distance de 30.000 parsecs donne les limites de la galaxie. Les recherches des Céphéïdes de très faibles magnitudes apparentes poursuivies actuellement dans certains observatoires nous montreront combien notre présente estimation est encore loin des vraies dimensions de notre système stellaire. D'après nos résultats, le système des Céphéïdes va déjà considérablement plus loin que d'après une ancienne estimation de Shapley (2). Selon lui, les Céphéïdes de la classe II se trouvent dans toutes les directions à partir du plan galactique à des distances de 5.000 parsecs au plus tandis que celles de la classe I vont jusqu'à environ 6.000 parsecs il en a conclu d'ailleurs que les limites de notre système stellaire ne sont pas atteintes dans l'un des deux cas.

(1) Nous avons laissé de côté exprès 5 étoiles de distances supérieures à 30.000 parsecs parce que leur minimum d'éclat apparent n'est pas bien déterminé. Ce sont d'ailleurs des étoiles à périodes trop longues pour être des Céphéïdes proprement dites.

Etoiles	m	P	r
D L Sgr	13 ^m à 17 (ph)	80	47380
B I Ori	13 ^{m,2} à 16 (vis)	24,6	47380
B C Aqr	14,6 à 16,2 (ph)	88	62238
C E Sgr	14,0 à 16,0 (ph)	90,4	52920
I U Sco	14,8 à 16,3 (ph)	69,1	56186

(2) Russel-Dugan-Stewart : *Astronomy* Vol II P. 808.

Enfin nous avons calculé les coordonnées galactiques x, y, z de 544 Céphéïdes et nous trouvons $z = - 166$ parsecs, ce qui prouve que :

1° Le soleil semble être par rapport aux Céphéïdes à 166 parsecs au nord du plan galactique, ce qui est de même ordre de grandeur trouvée par d'autres méthodes.

2° Les Céphéïdes de distances relativement courtes sont de beaucoup les plus nombreuses.

CHAPITRE III

Distribution des Vitesses résiduelles des Céphéïdes

On appelle vitesse résiduelle d'une étoile, sa vitesse par rapport à l'ensemble des autres étoiles de mêmes caractères physiques (type spectral, magnitude absolue, variabilité d'éclat etc...). Le soleil est une étoile particulière, la direction de sa vitesse résiduelle par rapport à un groupe d'étoiles données est désignée par le nom d'apex. Schwarzschild a montré en 1906 que la répartition des vecteurs vitesses résiduelles suit une loi ellipsoïdale.

Soient en effet X , Y , Z les composantes de la vitesse d'une étoile en km/sec, suivant les axes galactiques. La vitesse d'ensemble d'un groupe d'étoiles est définie par ses composantes.

$$X_o = \frac{1}{n} \sum X \quad Y_o = \frac{1}{n} \sum Y \quad Z_o = \frac{1}{n} \sum Z$$

n étant le nombre d'étoiles du groupe. La vitesse résiduelle d'une étoile est donnée par ses composantes :

$$X_r = X - X_o \quad Y_r = Y - Y_o \quad Z_r = Z - Z_o$$

Posons :

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{n} \sum X_r^2 & A' &= \frac{1}{n} \sum Y_r Z_r \\ B &= \frac{1}{n} \sum X_r Y_r & B' &= \frac{1}{n} \sum Z_r X_r \\ C &= \frac{1}{n} \sum Y_r^2 & C' &= \frac{1}{n} \sum X_r Y_r \end{aligned}$$

et considérons l'équation de la quadrique suivante :

$$(1) \quad \varphi(x, y, z) = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2A'yz + 2B'zx + 2C'xy = 1$$

Comme A,B,C, sont positifs et qu'on peut vérifier que $AB > C' BC > A'$ et $CA > B'$ cette quadrique est un ellipsoïde.

Il est facile de montrer (1) qu'il existe trois directions α, β, γ avec $i = 1, 2, 3$ conjuguées et rectangulaires dont les paramètres directeurs vérifient les équations suivantes :

$$\frac{\delta \varphi}{\delta \alpha} = \frac{\delta \varphi}{\delta \beta} = \frac{\delta \varphi}{\delta \gamma}$$

Pour étudier ce système, introduisons une inconnue auxiliaire S et posons que les trois rapports sont égaux à 2 S

$$\text{d'où} \quad \frac{\delta \varphi}{\delta \alpha} - 2 \alpha S = 0, \frac{\delta \varphi}{\delta \beta} - 2 \beta S = 0, \frac{\delta \varphi}{\delta \gamma} - 2 \gamma S = 0,$$

$$\text{ou (3)} \quad \begin{cases} (A - S) \alpha + C' \beta + B' \gamma = 0 \\ C' \alpha + (B - S) \beta + A' \gamma = 0 \\ B' \alpha + A' \beta + (C - S) \gamma = 0 \end{cases}$$

Pour que ces équations soient vérifiées par des valeurs non toutes nulles de α, β, γ il faut que le déterminant des coefficients soit nul, ce qui donne la condition :

$$(4) \quad (S) \equiv \begin{vmatrix} A - S & C' & B' \\ C' & B - S & A' \\ B' & A' & C - S \end{vmatrix} \equiv 0$$

(1) G. Papelier : *Précis de Géométrie Analytique* p. 575.

On obtient ainsi une équation du troisième degré par rapport à S qu'on appelle l'équation en S . Si dans les équations (3) on remplace S par une racine de l'équation (4), elles admettent au moins un système de solutions $(\alpha \beta \gamma)$ non toutes nulles, ces quantités sont les paramètres directeurs d'une des directions principales.

Cauchy a montré que l'équation en S a ses trois racines réelles, et dans le cas actuel parce qu'il s'agit d'une ellipsoïde ces racines sont toutes positives. De plus si on prend comme nouveaux axes de coordonnées les directions principales relatives respectivement aux racines S_1 , S_2 et S_3 de l'équation en S , l'équation (1) deviendra :

$$S_1 x^2 + S_2 y^2 + S_3 z^2 = 1$$

c'est ce qu'on appelle l'équation de l'ellipsoïde des moments.

L'équation de l'ellipsoïde des vitesses sera :

$$\frac{x^2}{S_1} + \frac{y^2}{S_2} + \frac{z^2}{S_3} = 1$$

Résultats numériques

Pour les Céphéïdes de classe I, nous n'avons que huit étoiles dont nous puissions calculer les composantes de vitesse par rapport au système galactique :

TABLEAU X

Etoiles		X		Y		Z		Xr		Yr		Zr
W And	+	26,3	—	21,5	+	2,0	+	75,3	+	69,9	—	31,1
RX Eri	—	82,7	+	168,3	—	21,5	—	33,7	+	259,7	—	54,1
Su Aur	—	76,9	—	57,0	—	7,4	—	27,9	+	34,4	—	40,1
Su Dra	—	105,4	—	388,5	+	94,4	—	56,4	—	297,1	+	61,1
RR Lyr	+	115,1	—	236,1	+	11,4	+	164,1	—	144,7	—	22,1
W Crb	—	264,6	—	179,2	+	186,1	—	215,6	—	87,8	+	152,1
12 Lac	+	1,4	—	8,4	+	6,5	+	50,4	+	83,0	—	26,1
β Cep	—	5,5	—	8,7	—	4,4	+	43,5	+	82,7	—	37,1

Avec ces données nous avons résolu l'équation en S (4)
et nous trouvons comme racines :

$$S_1 = 656,2 \quad S_2 = 12.353,2 \quad S_3 = 28.003,9$$

Les longueurs des 3 axes principaux de l'ellipsoïde des vitesses sont :

$$a_1 = \sqrt{S_1} = 25,6 \quad a_2 = \sqrt{S_2} = 111,1 \\ a_3 = \sqrt{S_3} = 167,3$$

Le système d'équation (3) nous donnera les cosinus des 3 directions principales :

$$\alpha_1 = 0,405 \quad \beta_1 = 0,199 \quad \gamma_1 = 0,892 \\ \alpha_2 = 0,893 \quad \beta_2 = -0,297 \quad \gamma_2 = -0,338 \\ \alpha_3 = 0,197 \quad \beta_3 = 0,934 \quad \gamma_3 = -0,301$$

d'où l'on déduira les longitudes et latitudes galactiques de ces trois directions :

$$\begin{array}{lll} l_1 = 26^{\circ}2 & l_2 = 341^{\circ}6 & l_3 = 258^{\circ}1 \\ b_1 = 63^{\circ}2 & b_2 = -19^{\circ}8 & b_3 = 17^{\circ}5 \end{array}$$

II) Pour les céphéides galactiques de classe II, nous avons 30 étoiles (1) dont nous avons calculé les composantes de vitesse que nous donnons dans le tableau suivant :

TABLEAU XI

Etoiles	X	Y	Z	Xr	Yr	Zr
TU Cas	— 3,2	— 25,0	+ 24,6	+ 5,2	— 11,5	+ 35,1
α Umi	— 6,4	— 16,9	— 0,1	+ 2,0	— 3,4	+ 10,4
SU Cas	— 9,5	— 9,9	+ 6,9	— 1,1	+ 3,6	+ 17,4
SZ Tau	— 22,7	— 34,8	+ 9,9	— 14,3	— 21,3	+ 20,4
SV Per	+ 55,3	+ 18,5	— 62,8	+ 63,7	+ 32,0	— 52,3
RX Aur	+ 53,7	+ 14,4	— 64,9	+ 62,11	+ 27,9	— 54,4
β Dor	— 11,2	+ 5,5	— 8,4	— 2,8	+ 19,0	+ 2,1
T Mon	— 33,0	— 3,2	+ 3,6	— 24,6	+ 10,3	+ 14,1
RT Aur	— 25,7	— 0,2	— 9,2	— 17,3	+ 13,3	+ 1,3
W Gem	— 8,5	— 31,7	— 9,8	— 0,1	— 18,2	+ 0,7
ζ Gem	— 9,7	— 3,0	— 6,9	— 1,3	+ 10,5	+ 3,6
ι Car	— 30,4	+ 7,6	— 13,4	— 22,0	+ 21,1	— 2,9

(1) Les étoiles de latitudes élevées et de grandes vitesses ont été exclues exprès.

TABLEAU XI (suite)

Etoiles	X	Y	Z	Xr	Yr	Zr
R Tra	— 34,3	+ 12,7	— 14,9	— 25,9	+ 26,2	— 4,4
S Tra	— 22,6	— 12,9	— 8,0	— 14,2	+ 0,6	+ 2,5
RV Sco	— 62,7	— 31,5	— 40,6	— 54,3	— 18,0	— 30,1
X Sgr	— 20,6	— 8,7	+ 3,0	— 12,2	+ 4,8	+ 13,5
Y Oph	— 6,6	— 10,2	— 4,6	+ 1,8	+ 3,3	+ 5,9
W Sgr	— 26,2	+ 13,3	— 9,4	— 17,8	+ 26,8	+ 1,1
Y Sgr	— 3,4	— 3,2	— 14,2	+ 5,0	+ 10,3	— 3,7
U Sgr	— 29,5	— 17,4	+ 12,4	— 21,1	— 3,9	+ 22,9
γ Pav	— 30,7	— 24,6	— 10,5	+ 39,1	— 11,1	0
TT Aql	+ 4,2	— 85,4	— 24,5	+ 12,6	— 71,9	— 14,0
U Aql	— 9,4	— 2,2	— 10,2	— 1,0	+ 11,3	+ 0,3
-U Vul	+ 24,3	— 88,5	— 31,1	+ 32,7	— 75,0	— 20,6
SU Cyg	— 28,5	— 21,7	— 2,9	— 20,1	— 8,2	+ 7,6
η Aql	— 15,1	— 6,5	— 4,9	— 6,7	+ 7,0	+ 5,6
S Sge	— 6,9	— 8,6	— 7,9	+ 1,5	+ 4,9	+ 2,6
X Cyg	+ 28,0	— 18,8	— 25,5	+ 36,4	— 5,3	— 15,0
T Vul	— 1,0	— 0,8	+ 0,3	+ 7,4	+ 12,7	+ 10,8
ε Cep	— 20,5	— 11,3	+ 9,4	— 12,1	+ 2,2	+ 19,9

Avec ces données l'équation en S a pour solutions :

$$S_1 = 206,9 \quad S_2 = 575,6 \quad S_3 = 796,6$$

d'où

$$a_1 = \sqrt{S_1} = 14,4 \quad a_2 = \sqrt{S_2} = 24,0 \quad a_3 = \sqrt{S_3} = 28,2$$

Le système d'équations (3) nous donne pour les cosinus

directeurs des trois axes principaux :

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 0,524 & \beta_1 = 0,091 & \gamma_1 = 0,847 \\ \alpha_2 = 0,011 & \beta_2 = 0,993 & \gamma_2 = -0,114 \\ \alpha_3 = 0,852 & \beta_3 = -0,069 & \gamma_3 = -0,519 \end{array}$$

d'où les longitudes et les latitudes de ces trois directions :

$$\begin{array}{lll} l_1 = 9^\circ 9 & l_2 = 269^\circ 6 & l_3 = 355^\circ 4 \\ b_1 = 57^\circ 9 & b_2 = 6^\circ 5 & b_3 = -31^\circ \end{array}$$

Nous résumons les résultats dans le tableau suivant :

	Classe I			Classe II		
Longueur (km/sec)	26°,2	341°6	258°1	9°9	269°6	335°4
Latitude	63°,2	-19,8	17,5	57,9	6,5	-31°3
Long. (km/sec)	25°,6	111,1	167,3	14,4	24,0	28,2

ETUDE DE LA ROTATION GALACTIQUE AU MOYEN DE CEPHEIDES

On peut tenter de mettre en évidence au moyen d'un groupe d'étoiles de même caractéristiques physiques la rotation d'ensemble des étoiles en étudiant soit leurs mouvements propres, soit leurs vitesses radiales (1). Pour les Céphéides les deux méthodes se prêtent mal à cette étude car leurs vitesses radiales sont en général variables et nous

(1) M. H. Mineur : *Etude de l'axe, Bull. Obs. Lyon T XII, N° 10, 1930.*

avons montré (page 32) qu'il est difficile d'en déterminer la valeur moyenne par rapport à nous après avoir soustrait l'influence de la « pulsation », et leurs mouvements propres étant des quantités très petites comportent ainsi que nous l'avons vu, des erreurs trop grandes pour per-

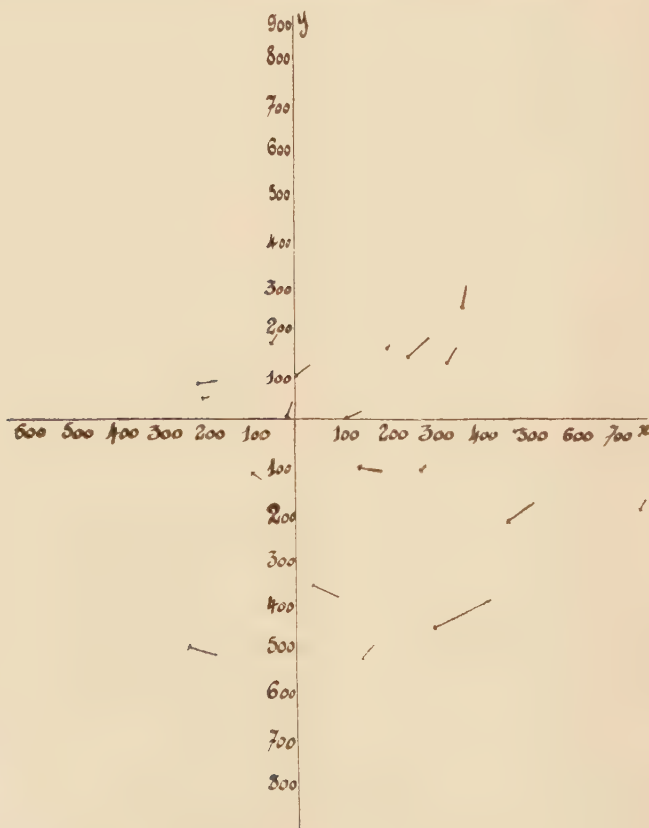


Fig. 14. — Rotation galactique révélée par les céphéides.
Chaque vecteur représente la projection sur le plan galactique de la vitesse spatiale d'une céphéide. L'ensemble semble tourner autour d'un centre commun.

mettre cette recherche. Cependant grâce à la méthode de M. Mineur (1) nous pouvons faire cette étude en nous servant du vecteur $V(X, Y)$ projection sur le plan galactique de la vitesse spatiale d'une étoile en fonction de sa position (x, y) projetée sur le même plan. Portons en effet en chaque point (x, y) le vecteur V le graphique (14) montre que le groupe des Céphéïdes galactiques (2) semble tourner autour d'un centre. En vue de rechercher ce centre de rotation nous nous sommes servis du procédé analytique de M. Mineur qui s'exprime par les formules :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy \\ \quad + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3 \\ Y = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy \\ \quad + b_5 y^2 + b_6 x^3 + b_7 x^2 y + b_8 xy^2 + b_9 y^3 \end{array} \right.$$

Chaque étoile donne deux équations de cette espèce, l'ensemble résolu par la méthode des moindres carrés donne les 20 coefficients a et b et leurs erreurs moyennes :

Considérons le Curl du vecteur V

$$\varphi = \frac{\delta Y}{\delta x} - \frac{\delta X}{\delta y}$$

(1) M. H. Mineur : *Une méthode nouvelle pour l'étude de la rotation galactique. Bull. Astron. T VII N° 9 — 1933.*

(2) Nous laissons de côté 6 étoiles qui ne semblent pas tourner dans le même sens que les autres.

qui nous donne

$$\varphi = b_1 - a_2 + x (2 b_3 - a_4) + Y (b_4 - 2 a_5) \\ + x^2 (3 b_6 - a_7) + 2 xy (b_7 - a_8) + y^2 (b_8 - 3 a_9)$$

Théoriquement on doit trouver les relations :

$$b_7 - a_8 = 0 \quad 3 b_6 - a_7 = b_8 - 3 a_9$$

Si ces conditions sont réalisées et si la valeur commune A des deux dernières quantités n'est pas nulle, les coordonnées du centre de rotation seront :

$$x_0 = \frac{a_4 - 2 b_3}{2 A} \\ y_0 = \frac{2 a_5 - b_4}{2 A}$$

Si au contraire A est négligeable le centre est très éloigné dans la direction de longitude l_0 définie par :

$$\text{tang } l_0 = \frac{2 a_5 - b_4}{a_4 - 2 b_3}$$

à condition toutefois que les deux termes de cette fraction ne soient pas négligeables à la fois.

Résultats Numériques

TABLEAU XII

Etoiles	x	y	X	Y
TU Cas	+ 376	+ 279	— 3,2	— 25,0
α UMi	— 1	+ 41	— 6,4	— 16,9
SU Cas	— 35	+ 177	— 9,5	— 9,9

TABLEAU XII (suite)

Etoiles	x	X	y	Y
RX Aur	— 783	+ 839	+ 53,7	+ 14,4
β Dor	— 76	— 126	— 11,2	+ 5,5
T Mon	— 1082	+ 171	— 33,0	— 3,2
RT Aur	— 164	+ 91	— 25,7	— 0,2
ζ Gem	— 186	+ 57	— 9,7	— 3,0
ι Car	— 178	— 517	— 30,4	+ 7,6
R Tra	+ 96	— 384	— 34,3	+ 12,7
S Tra	+ 171	— 492	— 22,6	— 12,9
Y Oph	+ 764	— 163	— 6,6	— 10,2
Y Sgr	+ 285	— 98	— 3,4	— 3,2
U Sgr	+ 517	— 178	— 29,3	— 17,4
U Aql	+ 490	— 9	— 9,4	— 2,2
SV Cyg	+ 294	+ 184	— 28,5	— 21,7
μ Aql	+ 145	+ 20	— 15,1	— 6,5
S Sge	+ 350	+ 141	— 6,9	— 8,6
X Cyg	+ 624	+ 603	+ 28,0	— 18,8
T Vul	+ 201	+ 163	— 1,0	— 0,8
δ Cep	+ 39	+ 126	— 20,5	— 11,3
X Sgr	+ 181	— 105	— 20,6	— 8,7
W Sgr	+ 187	— 113	— 26,2	+ 13,3

Avec les données de ces 24 étoiles, nous avons essayé de résoudre les deux systèmes d'équations normales à 10 inconnues.

Voici les résultats numériques :

$$\begin{array}{ll}
 a_0 = -16,3 \pm 3,2 & b_0 = 5,6 \pm 3,3 \\
 a_1 = -0,005 \pm 0,016 & b_1 = -0,025 \pm 0,017 \\
 a_2 = 0,024 \pm 0,008 & b_2 = -0,009 \pm 0,008
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= (3,1 \pm 14,2) 10^{-6} & b_3 &= (-4,2 \pm 14,7) 10^{-6} \\
 a_4 &= (-10,8 \pm 15,9) 10^{-6} & b_4 &= (-29,1 \pm 16,5) 10^{-6} \\
 a_5 &= (25,3 \pm 36,0) 10^{-6} & b_5 &= (5,2 \pm 37,4) 10^{-6} \\
 a_6 &= (3,3 \pm 1,9) 10^{-8} & b_6 &= (0,7 \pm 2,0) 10^{-8} \\
 a_7 &= (4,7 \pm 8,2) 10^{-8} & b_7 &= (-6,5 \pm 8,5) 10^{-8} \\
 a_8 &= (1,9 \pm 2,5) 10^{-8} & b_8 &= (6,0 \pm 2,6) 10^{-8} \\
 a_9 &= (3,1 \pm 4,8) 10^{-8} & b_9 &= (3,6 \pm 5,0) 10^{-8}
 \end{aligned}$$

Ainsi $\varphi = (0,0049 \pm 0,025) + x (0,02 \pm 0,45) 10^{-4} + y (-0,80 \pm 0,89) 10^{-4} + x^2 (-2,6 \pm 14,2) 10^{-8} + 2xy (-8,4 \pm 10,0) 10^{-8} + y^2 (-3,3 \pm 17,0) 10^{-8}$

On voit que les erreurs probables sont en général trop grandes ceci tient aux faits suivants :

1° X et Y calculés à l'aide de mouvements propres et de vitesses radiales comportent des erreurs.

2° Le nombre d'étoiles utilisées n'étant que 24, le matériel n'est pas assez important et l'erreur probable sur le résultat est donc élevée.

Quoiqu'il en soit, les trois premiers termes des développements ne sont pas très mauvais si l'on compare notre résultat avec celui d'Oort.

D'après Oort on doit avoir :

$$\begin{aligned}
 X &= -16,4 + 0,014 x + 0,023 y \\
 Y &= -7,0 - 0,007 x - 0,014 y
 \end{aligned}
 \quad \varphi = -0,030$$

or nous avons trouvé :

$$\begin{aligned}
 X &= -16,3 - 0,005 x + 0,024 y \\
 Y &= -5,6 - 0,025 x - 0,009 y
 \end{aligned}
 \quad \varphi = -0,045$$

Malgré notre résultat peu concluant nous avons cherché le centre de rotation sans tenir compte des erreurs probables.

Comme $3b_0 - a_7 = -2,6 \times 10^{-8}$

$$b_8 - 3a_9 = -3,3 \times 10^{-8}$$

l'égalité de ces deux quantités n'est pas réalisée. Si nous adoptions néanmoins

$$A = 3b_0 - a_7$$

$$x_0 = + 47$$

$$y_0 = - 1529$$

Si l'on prend $A = b_8 - 3a_9$

$$x_0 = + 38$$

$$y_0 = - 1229$$

Enfin la direction de longitude l_0 du centre de rotation peut-être trouvée par :

$$\operatorname{tg} l_0 = \frac{b_4 - 2 a_5}{2 b_3 - a_4} = - \frac{0,796}{0,025}$$

d'où

$$l_0 = 271^{\circ}8$$

Le centre de rotation est ainsi sur la frontière du 3° et du 4° quadrant.

CHAPITRE IV

Quelques relations entre les différentes Caractéristiques des Céphéïdes.

La découverte de Miss Henriette S. Leawitt de la relation entre les magnitudes apparentes et les périodes des céphéïdes de la petite Nuée de Magellan, qui a entraîné celle de la loi de période-luminosité de Shapley, nous a donné l'idée d'examiner quelques autres relations entre les différentes caractéristiques des céphéïdes. D'ailleurs, une telle étude est nécessaire pour mieux comprendre la nature de ces astres ainsi que les diverses théories essayant d'expliquer les caractéristiques des céphéïdes.

Relation Période-Spectre.

Parmi les diverses relations entre les caractéristiques des céphéïdes que nous allons examiner, celle entre la période et le type spectral est l'une des plus importantes. A l'aide du tableau suivant nous avons calculé un coefficient de corrélation assez fort entre ces deux éléments :

$$r = 0,860 - 0,018$$

TABLEAU XIII

Tableau de Corrélation entre les périodes et les types spectraux des Céphéïdes.

Sp :	B	A	F	G	K	M
Log P						
— 0,75	3	2				5
— 0,25		28	4			32
+ 0,25			8			8
+ 0,75			40	44		84
+ 1,25				40	6	46
+ 1,75				13	7	11 31
	3	30	52	97	13	11 206
%	1,5	14,6	25,2	47,7	6,3	5,3

Chaque ligne de ce tableau se rapporte à une classe spectral (ainsi G signifie le type spectral de G_0 à G_9), chaque colonne contient les étoiles dont le logarithme de la période est compris dans un intervalle de 0,5 ; (ainsi + 0,75 désigne les périodes dont les logarithmes vont de 0,5 à 1,0).

Comme les céphéïdes présentent en général une assez grande variation dans leur spectre en moyenne de l'ordre d'une division spectrale (1), ce que nous portons dans le tableau est le type spectral moyen, dans la plupart des cas où l'on possède un spectre, on ne sait pas avec exactitude à quelle phase de la variation lumineuse il se rapporte,

(1) *Harv-Circ.* 313.

les clichés de spectres ne comportant aucune indication à ce sujet, et, par conséquent nous ne pouvons pas étudier le spectre en fonction de la phase.

La dernière ligne de notre tableau nous montre la distribution spectrale, le maximum de fréquence se produisant vers le type G (47.1 %) plus exactement vers G₆ (25 étoiles soit 12,1 %).

Parmi les 206 étoiles examinées, nous n'en relevons que trois du type B :

Noms des Etoiles	Période	Spectre
TV Boo	0,31 ¹	B9
β Cep	0,19	B1
12 Lac	0,19	B2

et même les types spectraux des deux dernières sont douteux. D'après le « Revised Class » de Harvard, le type de β Cep est A₃ (1) et 12 Lac n'étant pas dans le catalogue de Prager (2) n'est probablement une céphéïde. Ainsi nous pouvons dire qu'il n'y a presque pas de céphéïdes du type B. D'après la théorie des pulsations ce fait voudrait dire que, dès que le type A a été dépassé dans la branche géante du diagramme de l'évolution de Russel (p. 98) l'étoile prend une densité avec laquelle la pulsation devient impossible.

A la limite du côté des spectres spectraux avancés, nous relevons 11 étoiles du type M dont les périodes sont supérieures à 56 jours ($\text{Log } 56 = 1,75$).

(1) *Catalogue des vitesses radiales* de Lick (1922)

(2) *Katalog und Ephemeriden veränderlicher stern für 1932.*

Noms des Etoiles		Période	Spectre
TT	Per	91,5 ₁	M ₅
T	For	93,3	M ₂
AG	Aur	92,5	G-M
Z	Leo	56,8	M ₁
RU	Vel	63,0	M ₃
T	Cen	90,8	M ₇ ^e
UV	Dra	77,4	M ₄
RR	CrB	56,8	M ₅
TX	Dra	76,6	M ₅
SU	Sgr	88,0	M ₇
AF	Peg	67,0	M ₄

D'après une étude de Gerarmovici (1) que nous avons citée ailleurs (p. 88) ce ne sont pas des céphéïdes proprement dites mais elles forment avec les étoiles du type R V Taureau un groupe intermédiaire entre les céphéïdes et les variables à longues périodes. Cependant nous allons montrer que ce groupe intermédiaire satisfait à la relation période-type-spectral et appartient à la séquence principale. Shapley a même montré (2) que cette relation peut-être appliquée sans difficulté aux variables à longues périodes.

Pour mettre en évidence la relation période-type-spectral, portons en abscisses le logarithme des périodes et en

(1) *Harv-Bull* 857.

Harv-Circ 342.

(2) *Harv-Bull* 861.

ordonnées les types spectraux moyens. Les points ainsi obtenus ne sont pas distribués au hasard. En effet on peut tracer une courbe des valeurs moyennes qui passent par les points suivants :

Log P	Sp
(- 0,48)	A ₀
(- 0,28)	A ₅
- 0,04	F ₀
0,07	F ₅
0,39	F ₇
0,61	G ₀
0,83	G ₂
0,97	G ₄
1,26	G ₅
1,58	G ₈
1,72	K ₀
1,78	K ₂
1,84	K ₄
1,92	K ₆
(1,99)	K ₈
(2,03)	M ₀

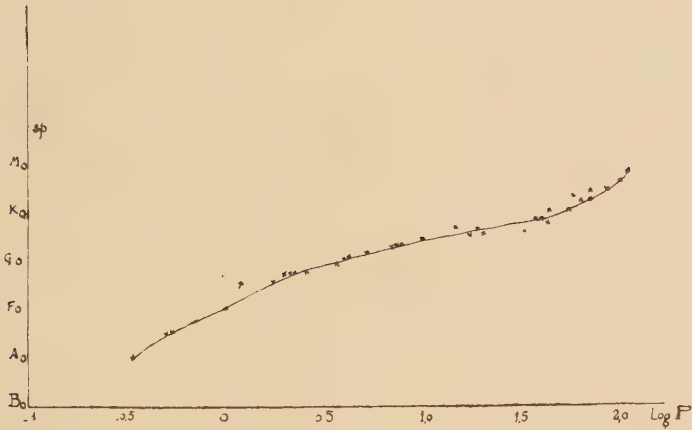


Fig. 15. — Relation période-spectre-moyen
Abscisses : logarithme de la période P. Ordonnées : le type spectral moyen.

La courbe ainsi tracée représente la relation période-spectre qui semble être si nette que nous pouvons l'utiliser pour estimer la période ou le type spectral d'une céphéide quand un seul de ces éléments est connu (1).
Etudions d'un peu plus près cette courbe.

(1) Les données sur R Muscae sont de deux sources différentes
d'après Gerasmovic $P = 71,51$ $Mph = -1,69$
et selon Wilson $P = 01,88$ $Mv = -0,53$

Ces deux groupes de valeurs conviennent l'un et l'autre aux courbes période-magnitude-photographique ou visuelle. Mais d'après Shapley le type spectral de cette étoile varie de F8 à G5, la moyenne est de G1,5 et la relation période-spectre montre que la période de Gerasmovic est préférable. A la demande de Shapley, Hertzsprung a étudié minutieusement l'étoile sur des clichés de Havard et a trouvé que sa période est de 7.5100 jours.

1° La forme de la courbe et le signe positif du coefficient de corrélation nous montrent qu'il y a une variation dans le même sens pour le spectre et la période, le spectre devenant plus avancé quand la période devient plus longue.

2° — Les Céphéïdes d'amas de périodes inférieures à un jour ont des spectres compris entre les types A et F 2.

3° — A partir des périodes de 1 jour, on ne trouve plus de céphéïdes du type A (2).

4° — Les étoiles dont les périodes sont comprises entre 1 et 50 jours sont toutes des types F, G, et K, le maximum de fréquence paraissant passer de F₅ pour les périodes de 1 à 50 jours, à G₅ pour les périodes plus longues. Il n'y a pas de céphéïdes de type M dont les périodes soient inférieures à 50 jours.

5° — Les étoiles dont les périodes sont comprises entre 50 et 100 jours paraissent être presque toutes du type M. Ces étoiles ainsi que 10 étoiles de type spectral plus avancé que G₅ et qui sont du type RV Tauri à périodes plus longues que 50 jours, ont en général des courbes de lumière différentes de celles des céphéïdes, elles présentent des irrégularités assez accentuées. Comme nous l'avons vu d'après Gerasmovic ces étoiles forment un groupe intermédiaire entre les céphéïdes et les variables à longues périodes.

(2) Une seule étoile paraît faire exception : b Prs. dont la période $P = 1,53$ j et qui est du type A2.

Etude théorique de la relation période-luminosité

Il est intéressant de montrer avec Shapley (1) comment pour les céphéïdes galactiques on peut considérer la relation période-luminosité comme une conséquence directe de la relation période spectre.

Partons de la relation gravitationnelle vérifiée par l'observation et admise dans les théories d'Eddington et de Jeans.

$$P \sqrt{\rho} = \text{Constante} \quad (1)$$

D'autre part, la luminosité totale d'une étoile (L) peut être donnée par

$$L = \pi r^2 J \quad (2)$$

ce qui peut s'écrire à l'aide de l'équation (1) très approximativement :

$$L = K (\mu P^2) \quad L = K (\mu P^2)^{2/3} \varphi (C)$$

φ , P , r et μ sont respectivement la densité moyenne la période, le rayon et la masse et J la brillance de surface de l'étoile, qu'on peut prendre approximativement comme une fonction de l'indice de coloration $\varphi (C)$ est constant pour les périodes comprises entre 3 et 15 jours.

Or, la loi de Stefan nous donne pour deux étoiles de types spectraux différents :

$$\frac{J}{J_0} = \frac{T^4}{T_0^4} \quad (4)$$

T et T_0 étant les températures absolues.

(1) *Harv Circ* 314

D'après ces trois dernières équations nous aurons :

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\mu^{2/3} P^{4/3} T^4}{\mu_0^{2/3} P_0^{4/3} T_0^4} \quad (5)$$

A l'aide de l'équation de Pogson, cette dernière équation peut s'écrire :

$$M_0 - M = 10 \log \frac{T}{T_0} + \frac{10}{3} \log \frac{P}{P_0} + \frac{5}{3} \log \frac{\mu}{\mu_0}$$

M et M₀ étant les magnitudes absolues bolométriques.

Cette équation exprime une relation entre la magnitude absolue, la température, la période et la masse d'une céphéide. Nous cherchons à calculer M en fonction de P. Pour cela Shapley a supposé en première approximation pour une céphéide de type de Go.

$$M_0 = 1,9$$

$$T_0 = 5,500^\circ \text{ K}$$

$$\mu_0 = 1$$

et $\log P_0 = 0,59$ d'après la relation période spectre.

Portons ces valeurs dans (6) et nous aurons :

$$-M = 10 \log T + \frac{10}{3} \log P + \frac{5}{3} \log \mu - 37,47$$

Comme T est une fonction du type spectral et par conséquent de P et que par la loi de Masse luminosité d'Eddington on peut trouver μ , nous pouvons par approximations successives calculer M à partir de P, autrement dit nous pouvons retrouver la loi de Période-luminosité.

TABLEAU XIV

Sp	T	Log P	M bol calculé	M vis calculé	M vis observé	O-C
A ₀	10.000° K	— 0,56	— 0,3	— 0,1	— 0,3	— 0,2
A ₅	8.500	— 0,31	— 0,4	— 0,3	— 0,3	0,0
F ₀	7.400	— 0,06	— 0,6	— 0,6	— 0,6	0,0
F ₅	6.500	+ 0,23	— 1,2	— 1,2	— 1,0	+ 0,2
F _{7,5}	6.000	+ 0,40	— 1,5	— 1,5	— 1,4	+ 0,1
G ₀	5.500	+ 0,59	(— 1,9)	(— 1,8)	— 1,8	(0,0)
G _{7,5}	5.050	+ 0,85	— 2,6	— 2,4	— 2,6	— 0,2
G ₅	4.600	+ 1,22	— 3,9	— 3,6	— 3,9	— 0,3
G _{2,5}	4.300	+ 1,62	— 5,7	— 5,2	— 5,4	— 0,2

Dans le tableau précédent la quatrième colonne est déduite de l'équation (7) à l'aide de la relation masse-luminosité, la cinquième est obtenue d'après l'indice de chaleur du type spectral, tandis que la sixième contient les données d'observation portées sur la courbe période luminosité. Enfin la dernière colonne montre la différence entre les valeurs obtenues, et calculées dont la concordance (erreur quadratique moyenne de l'ordre de 0,18) prouve que la relation période-luminosité peut être déduite de la relation période-spectre en utilisant seulement la loi de Stefan et la relation gravitationnelle entre la période et la densité moyenne d'une céphéide.

Comme corollaire à cette étude nous pouvons utiliser les données du tableau ci-dessus pour construire une courbe portant en abscisses log P et en ordonnées Log T, nous

aurons ainsi la relation période-température des céphéïdes. Cette courbe a essentiellement la même allure que celle de la relation période-spectre.

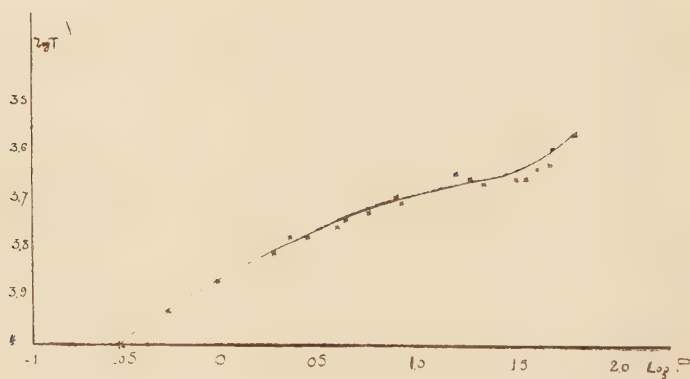


Fig. 16. — Relation période-température moyenne.
Abscisses : logarithme de la période P. Ordonnées : logarithme de la température moyenne.

Log P	Sp	Log T
— 0,56	K ₃	4,00
— 0,31	A ₀	3,93
— 0,06	A ₅	3,87
+ 0,23	F ₀	3,81
0,31	F ₅	3,78
0,40	F ₇	3,78
0,55	F _{7,5}	3,76
0,59	F _{8,1}	3,74
0,71	G ₀	3,73
0,85	G _{1,1}	3,70
0,87	G _{2,5}	3,71
1,15	G _{2,9}	3,65
1,22	G _{3,8}	3,66
1,29	G ₅	3,67
1,50	G _{5,3}	3,66
1,56	G _{6,7}	3,64
1,62	G ₈	3,63
1,63	G _{7,5}	3,60
1,75	K ₁	3,57

Corrélation entre la période et l'indice de coloration.

Comme l'indice de coloration est intimement lié au type spectral d'une étoile nous pensons utile de faire une étude sur la liaison qu'il peut y avoir entre la période et l'indice de coloration des céphéïdes. Nous relevons dans le catalogue II (p. 43) 81 étoiles dont on connaît les magnitudes moyennes photographiques et visuelles. Nous trouvons 0^m8 comme moyenne des indices de coloration moyens.

Pour calculer la corrélation entre les deux éléments nous dressons le tableau suivant :

TABLEAU XV

Log P/C	0,25	0,75	1,25	
0,25	1	3		4
0,75	15	22	4	41
1,25		13	6	19
1,75		3	2	5
	16	41	12	69

A l'aide de ce tableau, nous avons calculé le coefficient de corrélation entre la période et l'indice de coloration moyen.

$$r = + 0,517 \pm 0,088$$

Le signe + montre que lorsque les périodes sont plus longues, l'indice de coloration devient plus grand, ou ce qui revient au même que le type spectral est plus avancé.

Relation Période densité moyenne

Nous avons montré comment on peut déduire pour les céphéides galactiques de la relation période-spectre, la relation période-luminosité. Nous pouvons réciproquement en partant de la loi période-luminosité retrouver la relation masse-luminosité ou déterminer la densité moyenne des céphéides individuelles. Montrons donc comment par ce procédé on peut retrouver la relation période-densité-moyenne :

Avec la courbe période-spectre et un tableau de température de couleurs donné par Russel, nous trouvons pour une céphéide de période donnée, la correction qu'il faut apporter à la magnitude absolue, visuelle ou photographique pour avoir la magnitude absolue bolométrique : ainsi la courbe période-luminosité visuelle ou photographique est transformée en courbe période-luminosité bolométrique. D'autre part les températures des étoiles peuvent être déduites de leurs spectres comme nous l'avons mis en évidence dans le tableau ci-dessus par la formule de Stefan-Boltzmann.

$$\log \frac{R}{R_0} = 2 \log \frac{T}{T_0} + \frac{1}{5} (M_0 \text{ bol} - M \text{ bol})$$

on calculera les rayons des astres.

Enfin la loi masse-luminosité nous donne la masse de l'étoile. Ainsi du rayon et de la masse nous déduirons la densité moyenne ρ d'une céphéide. Portons en abscisses $\log P$ et en ordonnées $\log \rho$, les points ainsi déterminés se placent à peu près sur une ligne droite qui représente la relation période-densité-moyenne.

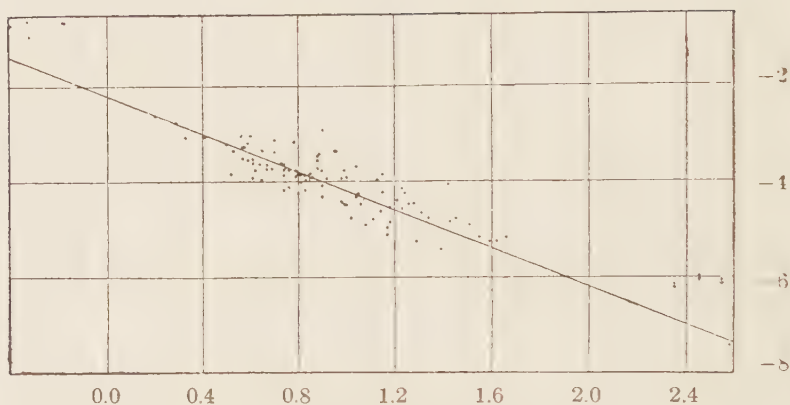


Fig. 17. — Relation période-densité moyenne.

Abscisses : logarithme de la période. Ordonnées : logarithme de la densité moyenne.

Nous avons ainsi étudié les trois importantes corrélations entre la période d'une part, la magnitude absolue, le spectre et la masse d'autre part, corrélations qui servent souvent à expliquer les conditions physiques des céphéïdes. Miss Payne a étudié aussi la connexion entre ces trois relations et elle ne trouve aucune relation entre les deux premières.

Shapley (2) a montré que l'erreur probable sur la magnitude absolue déduite de la relation période-luminosité est de 0m, 25 et il a discuté les causes probables de cette dispersion. Nous avons vu plus haut que la dispersion

(1) *Harv. Bull.* 876.

(2) *Harv. Circ.* 280 .

de la relation période-spectre est assez grande. D'autre part la dispersion de la courbe masse luminosité, n'est pas directement calculable, Eddington (1) a montré qu'elle est assez petite.

Si nous supposons que la relation période-densité est exacte, toutes les céphéïdes d'une même période donnée doivent avoir la même densité moyenne. Si nous supposons de plus que tous nos astres de même période possèdent la même magnitude absolue bolométrique (c'est-à-dire que la relation période-luminosité est exacte) ils doivent avoir la même température effective. Or la large dispersion de la relation période-spectre nous montre que les céphéïdes d'une période donnée ont une variation spectrale d'assez grande amplitude (un peu plus d'une classe). Ainsi en partant d'une relation exacte entre la période et la magnitude absolue, nous arrivons à cette alternative : ou bien la température d'une céphéïde est fonction de la période seulement, ou bien la loi de période-luminosité n'est pas exacte.

D'après Miss Payne (2) l'hypothèse que toutes les céphéïdes de même période sont à la même température effective n'est pas confirmée par l'observation. La relation période-luminosité n'est donc pas exacte. D'après une étude de Sears (3) sur la relation entre la densité moyenne, la couleur et la brillance d'un groupe d'étoiles, les astres d'une densité moyenne donnée ont une amplitude considérable de variation de couleur et de brillance.

(1) Eddington : *The Internal Constitution of the Stars* p. 153, 1926.

(2) *Loc. cit.*

(3) *Mount Wilson Contr. P.* 46, 226.

Les étoiles les plus brillantes ayant une densité moyenne donnée sont aussi les plus chaudes. Les magnitudes bolométriques de ces astres sont relativement plus faibles que celles des étoiles moins chaudes et par conséquent la dispersion de la courbe période-luminosité bolométrique doit être plus petite que celle de la courbe période-luminosité photographique. Il semble que la dispersion observée dans la relation période-luminosité et la relation période-spectre sont nécessairement concomitantes ; elles peuvent être dues à la différence de brillance et de couleur des astres de même densité moyenne. Des différences de l'ordre de grandeur prévue ont été observées pour les étoiles non variables de Messiers 22 et données par Shapley dans **Havard Bulletin** N° 874 quoique ces astres non variables n'aient pas les mêmes propriétés physiques que les céphéides.

Relation spectre-magnitude-absolue.

Ayant examiné les relations période-luminosité et période-spectre, nous sommes ramenés naturellement à une étude de la relation spectre-magnitude-absolue. Elle ne représente rien d'autre qu'une branche du fameux diagramme de Russell. Portons en abscisses le type spectre moyen et en ordonnées la magnitude absolue visuelle correspondante et nous voyons que les points ainsi distribués ne sont pas au hasard mais d'une façon telle que nous

pouvons tracer une courbe moyenne qui passe par les points dont les coordonnées sont données dans le tableau ci-dessous :

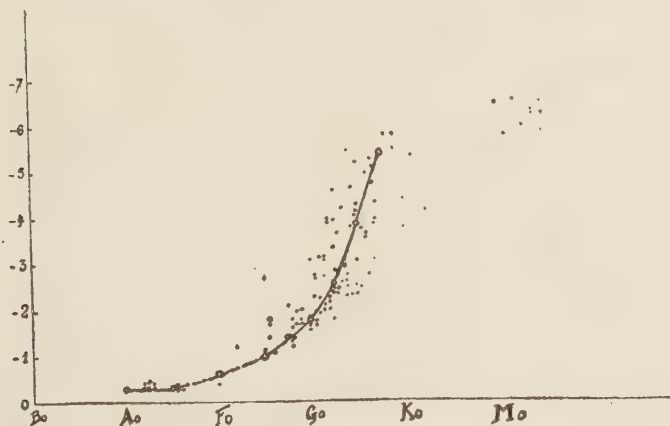


Fig. 18. — Relation Spectre-magnitude-absolue
Abscisses : type spectral. Ordonnées : magnitude absolue visuelle.

TABLEAU XVI

Sp	Log P	Mv
A ₀	— 0,52	— 0,3
A ₅	— 0,30	— 0,3
F ₀	— 0,06	— 0,6
F ₅	+ 0,24	— 1,0
F _{7 5}	+ 0,40	— 1,4
G ₀	+ 0,59	— 1,8
G _{2 5}	+ 0,85	— 2,6
G ₈	+ 1,22	— 3,9
G _{7 5}	+ 1,62	— 5,4

Avant d'examiner la distribution de ces points dressons d'abord le tableau de corrélation suivant :

TABEAU XVII

M_v/S_p	A_s	F_s	G_s	K_s	Σ
— 0,5	11				11
— 1,5		15	5		20
— 2,5		2	26		28
— 3,5			17		17
— 4,5			11	1	12
— 5,5			8	1	9
Σ	11	17	67	2	97

A l'aide de ce tableau nous avons calculé un coefficient de corrélation assez fort entre le spectre et la magnitude absolue.

$$r = - 0,742 \pm 0,046$$

Le signe (—) de r montre que lorsque les types spectraux avancent, la magnitude absolue décroît, ou autrement dit que les étoiles deviennent intrinsèquement plus brillantes. Nous relevons dans le tableau de corrélation ou sur la courbe moyenne les caractéristiques suivantes :

1° — Les étoiles du type A ont presque toutes la même luminosité avec $M_v = - 0,3$ ce qui montre la constance de la luminosité des céphéïdes de périodes inférieures à 1 jour (antalgols).

2° — A partir de F la luminosité semble augmenter

brusquement et on ne trouve pratiquement plus d'étoiles de magnitude absolue supérieures à M_v obtenu pour le type A. En réalité à cause du manque de données relatives aux types spectraux situés entre A5 et F5 la courbe a été tracée par interpolation dans cette région.

3° — Les céphéïdes galactiques sont de types F à K ayant pour magnitude absolue de -0.6 à -5.4 pour $G_{7.5}$ au delà la courbe ne peut pas être déterminée avec précision.

4° — Les M_v des étoiles du type M obtenues par la relation période-luminosité (1) sont comprises entre -6 et -7 et les points ne se placent pas sur la courbe moyenne. Comme nous l'avons remarqué ailleurs les céphéïdes de type M ne sont pas des céphéïdes proprement dites. Il est peut-être préférable de placer ces étoiles dans le groupe des variables à longues périodes qui forment la branche des géantes plutôt que dans les céphéïdes qui forment celle des super-géantes du diagramme de Russell (2).

En somme, les céphéïdes s'apparentent par leur grande luminosité aux étoiles super-géantes à très faible densité et forment une branche spéciale en dehors de la séquence principale du diagramme de Russell.

Il est évident qu'on peut retrouver la courbe moyenne spectre-magnitude-absolue soit à partir des relations

(1) La courbe période luminosité est beaucoup moins précise dans sa partie supérieure (pour $P > 50$ j) où à cause de la rareté des données, elle a dû être plus ou moins extrapolée.

(2) M. Mineur. — *Mise au point d'astronomie stellaire*. Bull. Soc. Ast. Fr. p. 16 Janv. 1931

période-luminosité et période-spectre soit à partir de la formule que nous avons utilisée pour retrouver la loi période-luminosité (p. 90).

Relation entre les amplitudes des Courbes de lumière et de vitesse.

Ludendorff a démontré (2) qu'une relation linéaire existe entre les amplitudes de ces deux courbes, mais dans la plupart des cas la vitesse radiale n'est pas déterminée avec précision et Ludendorff n'avait que 12 étoiles sur lesquelles il pouvait vérifier cette intéressante relation. L'expression numérique qu'il a trouvée est

$$\Delta \varphi = 47,3 \Delta m$$

$\Delta \varphi$ étant l'amplitude de la courbe de vitesse radiale en km par sec et Δm celle de la courbe de lumière en magnitudes visuelles.

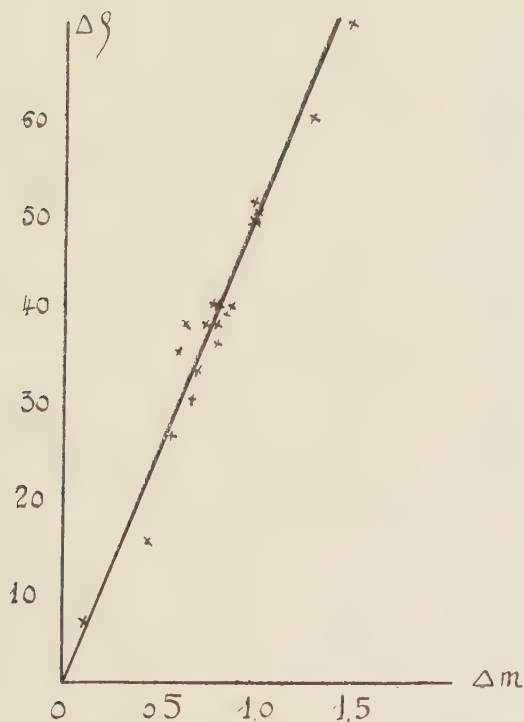


Fig. 19. — Relation entre les amplitudes de courbes de lumière et de vitesse. Abscisses : amplitude d'éclat en grandeur stellaire. Ordonnées : amplitude de vitesse radiale en km/sec.

Avec un matériel un peu plus étendu nous avons trouvé comme coefficient de proportionnalité entre Δs et Δm :

d'où

$$k = 48,1 \pm 0,9$$

$$\Delta s = (48,1 \pm 0,9) \Delta m$$

TABLEAU XVII

Etoile	Δm	$\Delta \rho$ obs	$\Delta \rho$ cal	$o - C$
α UMi				
Y Oph	0.46	15.4	22.1	— 6.7
ζ Gem	0.56	26	27	— 1
T Vul	0.60	35	29	6
S Sge	0.63	(38)	30	(8)
X Sgr	0.67	30	32	— 2
V Vul	0.70	33	34	— 1
Y Sgr	0.74	38	36	2
γ Aql	0.79	40	38	2
RT Aur	0.80	36	39	— 3
Z Lac	0.80	38	39	— 1
RX Eri	0.80	40	39	1
W Sgr	0.85	39	41	— 2
δ Cep	0.88	40	42	— 2
RR Gem	1.00	51	48	3
RR Léo	1.00	49	48	1
X Cyg	1.01	(50)	49	(1)
R Sge	1.30	60	63	— 3
RV Cap	1.50	70	72	— 2

Remarquons en passant une autre corrélation importante entre les variations d'éclat et de vitesse radiale. Selon Duncan (1) la variation de vitesse radiale a la même période que celle de l'éclat ; l'époque du maximum

(1) *Lick Obs.* Vol. V. N° 151 p. 87.

d'éclat est très voisine de celle de maximum de vitesse radiale (plus grande vitesse d'approche) et l'époque du minimum d'éclat est voisine de celle du minimum de vitesse radiale (plus grande vitesse de recession).

Depuis Duncan, ce problème de la différence entre le maximum d'éclat et le maximum de vitesse d'approche a été examiné par divers astronomes (1) et nous mêmes avons constaté les faits suivants :

1° Le maximum d'éclat et la vitesse maxima d'approche n'ont pas toujours lieu simultanément, le maximum de vitesse de recession ne survient pas toujours en même temps que le minimum d'éclat mais les uns et les autres sont très voisins.

2° Dans la limite d'erreurs possibles le maximum de vitesse d'approche ne précède jamais le maximum d'éclat et le maximum de vitesse de recession ne devance jamais le minimum d'éclat.

3° Le retard du minimum de la vitesse d'approche n'est pas une fonction de la période mais est corrélatif des singularités des variations de l'intensité et du spectre.

Caractéristiques de la variation d'éclat (2).

Pour la plupart des céphéïdes nous ne disposons comme données que des périodes et du maximum et du

(1) Hellerich A.N. 215, 291, 1922.

Mc. Laughlin A.J., 40, 16, 1929.

Robinson et Hoffleit : *Harv. Bull.* 888, 12, 1932.

(2) M. Y. Chang a fait cette étude dans sa thèse. *Monographie préliminaire des céphéïdes*. Ayant un matériel deux fois plus étendu que celui de M. Chang, nous pensons bon de reprendre ce travail. Nous lui devons la plupart de l'exposé de cette section.

minimum d'éclat. L'étude des courbes de lumière est donc le seul moyen que nous ayons pour pénétrer l'énigme de leur variabilité. Aussi avons nous fait un examen des divers éléments des courbes de lumière. Disons tout de suite qu'une telle étude est assez précaire car la plupart des courbes de lumière des céphéïdes ne sont pas bien déterminées et les données telles que les magnitudes ne constituent pas un système homogène. Les bonnes courbes de lumière sont devenues un vrai besoin dans l'étude de céphéïdes. M. Mascart a proposé (2) en 1929 une liste pour la coopération internationale. Depuis lors un vaste programme a été dressé par le Harvard Collège Observatory pour déterminer à nouveau les magnitudes, les amplitudes de variation et les courbes de lumière à partir de sa vaste collection de clichés pris depuis la fin du siècle dernier.

Amplitude de la variation d'éclat.

On appelle amplitude de variation lumineuse la différence entre la magnitude au maximum et au minimum d'éclat.

Ces amplitudes se répartissent comme il suit :

TABLEAU XVIII

Amplitude	0,0-0,5	0,6-1,0	1,1-1,5	1,6-2,0	2,1-2,5	Total
Visuelle	23	73	39	12	3	150
Pourcentage	15,3	48,7	26,0	8,0	2,0	100
Photographie	41	170	230	85	15	541
Pourcentage	7,6	31,4	42,5	15,7	2,8	100

(2) *Bull. Obs. Lyon* 11, 107, 1929.

Cette distribution montre que les amplitudes visuelles voisines de 0^m7 sont les plus nombreuses tandis que la plus grande fréquence des amplitudes photographiques a lieu vers 1^m1 . L'amplitude moyenne photographique est plus élevée que l'amplitude moyenne visuelle. Or on sait que certaines céphéïdes, sinon toutes, varient de couleur devenant plus rouges au minimum d'éclat qu'au maximum. Par suite l'indice de coloration doit être plus grand au minimum qu'au maximum. Si C_m et C_M désignent ces indices de coloration on doit donc avoir :

$$C_m > C_M$$

Mais si M_v et M_p désignent les magnitudes visuelles et photographiques maxima et m_v et m_p les magnitudes minima, on a :

$$C_m = m_p - m_v \text{ et } C_M = M_p - M_v$$

$$\text{d'où} \quad m_p - m_v > M_p - M_v$$

$$\text{ou} \quad m_p - M_p > m_v - M_v$$

Ce qui indique que l'amplitude photographique doit être supérieure à l'amplitude visuelle et il doit en être de même des amplitudes moyennes. C'est bien ce que nous venons de trouver. Nous avons déjà constaté (p.) une variation spectrale corrélative de la variation lumineuse, la variation colorimétrique traduit le même phénomène.

$$\text{On a } \Delta C = C_m - C_M = (m_p - m_v) - (M_p - M_v)$$

La variation de l'indice de coloration est égale à la différence des amplitudes photographiques et visuelles.

Or nous avons trouvé : $\overline{m_v} - \overline{M_v} = 1^m,0$ (161 étoiles)

$\overline{M_p} - \overline{m_p} = 1^m,3$ (534 étoiles)

d'où $\Delta C = 0^m,3$

Nous avons vu (p. 83). que l'amplitude de variation spectrale d'une céphéide est d'environ une classe, ce qui correspond à un ΔC d'environ 1^m .

Notre ΔC est donc un peu faible. Cela vient de ce que, pour les étoiles dont nous nous sommes servis ici, nous ne connaissions généralement pas les deux magnitudes.

Remarquons enfin qu'il n'y a pratiquement pas d'amplitude visuelle ou photographique supérieure à $2^m,5$ pour les céphéides proprement dites.

Corrélation entre l'amplitude et la période.

La distribution relative des amplitudes et des périodes est représentée par le graphique ci-dessous.

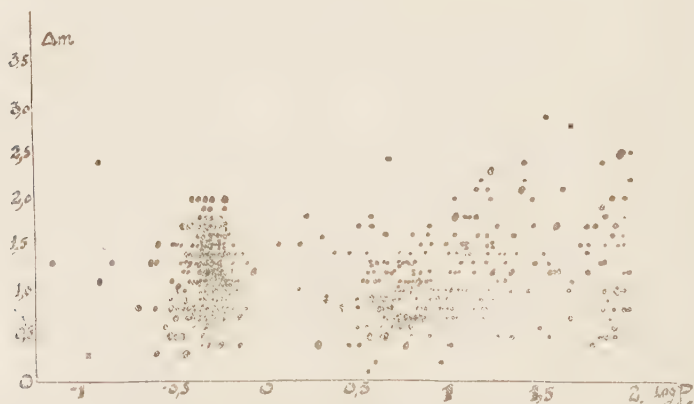


Fig. 20. — Période et amplitude de variation d'éclat.
Cercles : données visuelles ; points : données photographiques.

Dans la classe I, il ne paraît pas y avoir de variation systématique de l'amplitude avec la période. Pour la classe II au contraire, il semble y avoir une croissance de l'amplitude avec la période ; le coefficient de corrélation positif assez faible $+ 0.330$ nous le prouve. Nous constatons que la croissance des amplitudes photographiques est plus rapide que celles des amplitudes visuelles, ce qui indique que plus la période devient longue plus la différence entre les magnitudes visuelles et photographiques s'accroît. D'après ce que nous avons vu précédemment cette différence indique une variation de coloration ou de type spectral et cette variation paraît donc d'autant plus accentuée que la période est plus longue ; c'est bien ce que nous avons constaté dans l'étude de la relation période amplitude de variation spectrale.

Magnitude moyenne des Céphéïdes.

On appelle magnitude moyenne d'une étoile variable la moyenne arithmétique de ses magnitudes maxima et minima. Pour étudier la distribution de la magnitude moyenne de céphéïdes, dressons d'abord le tableau suivant :

TABLEAU XIX

Mag. moy.	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5
visuelle	6	3	6	14	32	32	38	30	38
%	2.9	1.4	2.9	6.8	15.9	15.5	18.4	14.5	18.4
photogr.	1	3	5	5	22	22	38	51	63
%	0.2	0.5	0.9	0.9	4.0	4.0	6.9	9.2	11.4

Mag. moy.	12.5	13.5	14.5	15,5	16,5	Total
Visuelle	5	2	0	0	0	207
%	21.4	1.0	0	0	0	100
photographie	48	86	119	87	4	554
%	8,7	15,5	21.5	15.7	0.7	100

Cette distribution est représentée par les graphiques 21 (1) et (2). Visuellement les études de magnitudes 9^m5

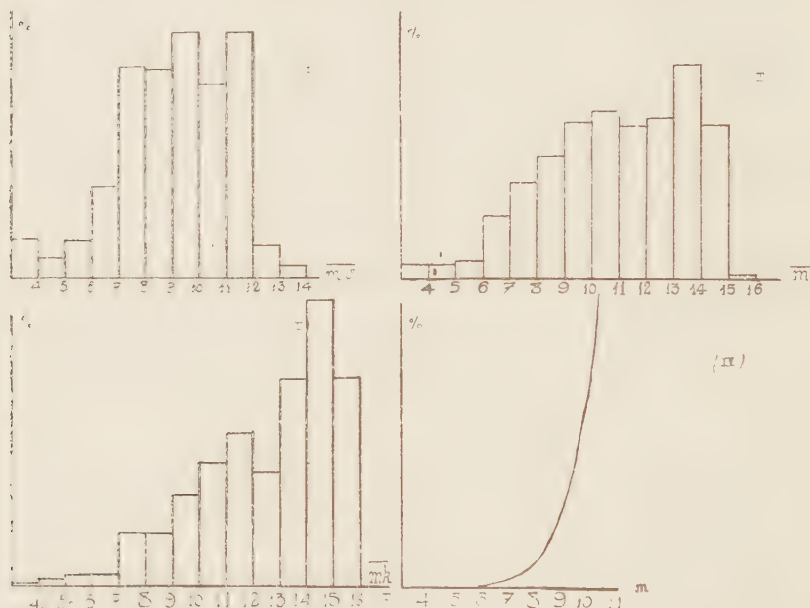


Fig. 21. — Distribution de magnitudes moyennes des Céphéides.

(I) Magnitudes visuelles.

(II) Magnitudes photographiques.

(III) Les deux graphiques combinés.

(IV) Distribution générale des étoiles par magnitudes croissantes.

semblent les plus nombreuses tandis que photographiquement les étoiles les plus faibles (de 15^m à 16^m) sont les plus fréquentes. En effet la plupart des étoiles variables

faibles sont découvertes photographiquement et par suite de leur faible éclat ne peuvent être observées visuellement.

Pour mieux représenter la distribution générale de l'éclat moyen des céphéïdes, corrigeons toutes les magnitudes moyennes photographiques de l'indice de coloration moyen 1^m et faisons concourir toutes les céphéïdes à la même distribution visuelle. Nous obtenons ainsi le graphique (2), (3). Le graphique (3) indique le nombre de céphéïdes croît avec leurs magnitudes moyennes et d'après notre dénombrement il semble qu'un maximum de densité est autour de $13^m.5$.

Il est intéressant, en outre, de comparer la distribution des éclats moyens des céphéïdes avec la distribution générale des étoiles par magnitudes croissantes. Celle-ci est représentée par la courbe 2 (4) d'après les dénombrements de Sears et Van Rhijn (1). La grande différence constatée entre la distribution des étoiles en général et celle des céphéïdes en particulier est due d'une part au fait que des dénombrements exacts de céphéïdes n'ont pas encore été effectués et d'autre part les céphéïdes étant toutes des étoiles super-géantes leur grande luminosité intrinsèque doit influencer sur l'allure particulière de leur distribution.

Magnitude moyenne et période.

En vue de rechercher s'il existe une relation entre l'éclat moyen et la période des céphéïdes, nous faisons le

(1) *Trans. Inter. Astron. Union* Vol. II. Page 96.

M. Mineur : *Mise au point d'Astronomie stellaire* Bull. "Soc. Astr. Fr. Vol. 44 Page 489.

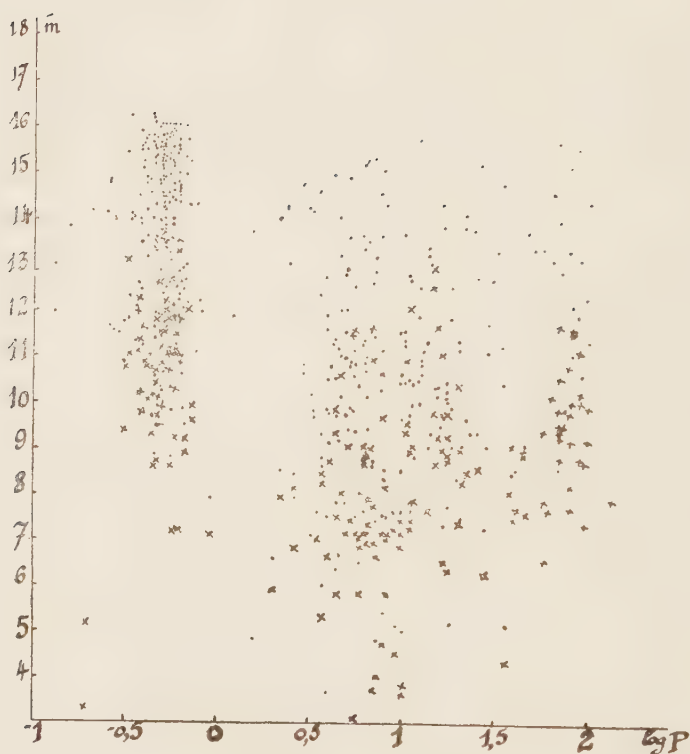


Fig. 22. — Eclat moyen et période des céphéïdes.
Points : magnitudes photographiques ; croix : magnitudes visuelles.

graphique ci-contre : Nous trouvons le coefficient de corrélation assez faible $r = + 0,150 \pm 0,064$

Ce graphique confirme la séparation très nette des deux groupes de céphéïdes. Ici la distinction n'a pas seulement lieu par rapport aux périodes mais aussi par rapport aux éclats moyens. Les étoiles du groupe I sont nettement plus faibles que celles du groupe II. Les ma-

gnitudes moyennes visuelles et photographiques des premières se groupent respectivement autour de 10^m7 et 13^m3 , tandis que pour les secondes on trouve 8^m3 et 10^m9 .

Or nous avons vu que les magnitudes absolues des céphéïdes de la classe I ($M_v = -0,4$) sont supérieures à celles de la classe II ($M_v = -3,3$), il en résulte d'après la formule :

$$\text{Log } r = \frac{m - M + 5}{5}$$

que les céphéïdes de la classe I (Antalgol) sont situées en général plus proche que celles de la classe II (galacto-céphéïdes).

Quoique la distribution des magnitudes moyennes par rapport aux périodes soit très dispersée, nous pouvons tracer une courbe moyenne ou plutôt quelques parties de cette courbe dans certains intervalles de périodes. Si l'on combine cette courbe moyenne de magnitudes moyennes avec celles de période-luminosité, on peut tracer à l'aide de la formule ci-dessus, une troisième courbe qui lie $\log P$ à $\log r$. D'après cette courbe très approximative, on peut dire que les céphéïdes de périodes inférieures à un jour sont à une distance de l'ordre de mille parsecs ($\log r = 3$). Il existe entre les périodes de 1 à 4 jours une lacune dans la courbe, les distances des étoiles de périodes supérieures à 4 jours semblent croître avec la période. Pour les étoiles de période supérieure à 30 jours (ou $\log P = 1,5$) la courbe devient de nouveau indéterminée, on peut néanmoins l'extrapoler et calculer la distance de ces étoiles mais avec de grands risques d'erreurs.

Dissymétrie des courbes de lumière.

La dissymétrie des courbes de lumière des céphéïdes constitue une particularité très importante de ces courbes. Dans la théorie binaire, cette dissymétrie intervient dans la détermination de l'excentricité de l'orbite et pour certaines céphéïdes, elle a conduit à des excentricités difficilement admissibles puisqu'il faudrait supposer que l'orbite des compagnons aurait des dimensions inférieures à celles de l'étoile principale elle-même.

Cette dissymétrie est mesurée par le rapport $(M-m) / P$ de l'intervalle de temps $M-m$ qui s'écoule entre un minimum et un maximum consécutif à la période P . Désignons par ϵ cette valeur $(M-m) / P$ que l'on peut appeler coefficient de dissymétrie. Si nous effectuons le dénombrement des étoiles comprises entre des limites déterminées, nous obtenons le tableau suivant :

TABLEAU XX

ϵ	0,05 à 0,10	0,11 à 0,15	0,16 à 0,20	0,21 à 0,25	0,26 à 0,30	0,31 à 0,35	0,36 à 0,40	0,41 à 0,46	0,46 à 0,50	$>0,50$
Nombre d'étoiles	34	95	80	60	59	55	48	34	29	10

L'examen de ce tableau montre que la courbe de fréquence de ϵ a la même allure que la courbe de lumière. Les étoiles dont les ϵ sont compris entre les valeurs 0,11 et 0,15 sont les plus nombreuses ; leur nombre diminue lorsque ϵ croît.

Pour voir comment se comporte la dissymétrie de la courbe par rapport à la période, nous avons fait un graphique en portant Log P en abscisses et ϵ en ordonnées. (Voir tableau XXI). Ici, comme dans le cas de la comparaison de l'éclat moyen et de la période, nous constatons l'existence de deux groupes bien distincts d'étoiles, celui des étoiles à période voisine de 0,5 jour avec courbe de lumière très dissymétrique, (ϵ voisin de 0,19), l'autre où les périodes sont de quelques jours et où le minimum se produit environ un tiers de période avant la maximum suivant. Notons enfin que la dissymétrie paraît s'atténuer très sensiblement dès que la période dépasse 30 jours, mais nous avons vu (p.) qu'il s'agit alors d'étoiles se rattachant au groupe RV Tauri ou au groupe des étoiles à longue période. Voici les valeurs moyennes de ϵ en fonction de la période :

TABLEAU XXI

Période	Moyenne	Nombre d'étoiles
0,0 à 0,99	0,19	244
1 à 3,99	0,35	35
4 à 5,99	0,29	62
6 à 8,99	0,32	47
9 à 12,99	0,45	34
13 à 20,99	0,35	34
21 à 29,99	0,24	10
30 à 49,99	0,28	11
50 à 100.	0,37	31

Nous avons constaté également une corrélation entre la dissymétrie des courbes de lumière et la latitude galactique des étoiles. Le coefficient de dissymétrie est plus petit chez les étoiles du type antalgol que chez les galacto-céphéïdes autrement dit plus les étoiles s'éloignent du plan galactique, plus leurs courbes de lumières deviennent dissymétriques.

TABLEAU XXII

ϵ	b	n
0.05 à 0.08	21	9
0.09 à 0.12	35	47
0.13 à 0.16	23	90
0.17 à 0.20	17	48
0.21 à 0.24	23	46
0.25 à 0.28	8	43
0.29 à 0.32	11	54
0.33 à 0.36	7	43
0.37 à 0.40	9	29
0.41 à 0.44	16	19
0.45 à 0.48	21	33
> 0,48	13	27

Nous voyons en somme d'après ces résultats statistique la valeur moyenne de ϵ semble augmenter avec la période chez les céphéïdes de classe I et de classe II de période inférieure à 30 jours, tandis que celles de période supérieure à 30 jours semblent former un groupe spécial. D'autre part ce coefficient de dissymétrie ϵ

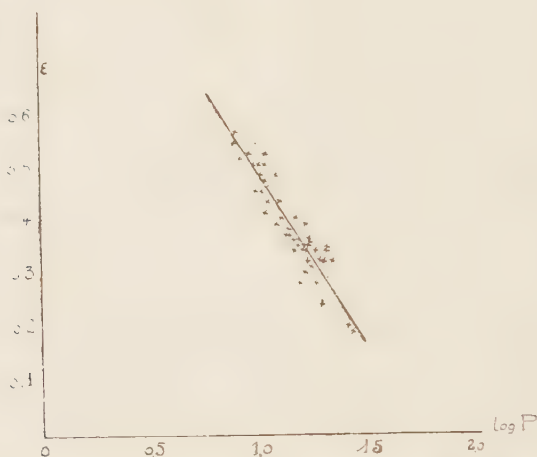
semble décroître avec les latitudes galactiques croissantes.

Hertzsprung a montré (1) l'existence d'une relation étroite entre les périodes et les formes de courbes de lumières. Pour une période donnée on peut supposer l'existence d'une certaine courbe de lumière standard à laquelle les courbes de lumières de toutes les céphéïdes de même période peuvent être comparées. La dissymétrie étant une caractéristique importante des courbes de lumière est souvent proposée comme un critérium pour définir les courbes de lumières des céphéïdes de même période.

Hertzsprung a remarqué qu'un maximum secondaire commence à paraître dans la branche descendante de la courbe de lumière des céphéïdes de période voisine de 6 jours. Ce maximum, lorsque la période augmente, devient de plus en plus prononcée, se déplace le long de la branche ascendante et va se joindre au maximum suivant pour les étoiles de période supérieure à 9 jours. Cette constatation indique une certaine relation peut exister entre le maximum secondaire et la période des céphéïdes. Pour montrer l'existence d'une telle relation, portons en abscisse $\log P$ et en ordonnées $(M-m)/P$, M étant ici pour les étoiles dont la période va de 1 à 9 jours la phase du maximum secondaire. Avec les 18 valeurs de $(M-m)/P$ les mieux déterminées pour des étoiles dont les

(1) *B.A.N.* 3, 118, 1926

périodes sont comprises entre 8 et 26 jours, Robinson a trouvé la relation linéaire.



Relation de la dissymétrie de lumière et la période Abscisses : logarithme de période. Ordonnées : coefficient ou dissymétrie $\varepsilon = M - m/P$.

$$\varepsilon + 0,64 \log P = 1,12$$

avec 17 étoiles de période comprise entre 10 et 22 jours cette équation devient (2) :

$$\varepsilon + 0,54 \log P = 1$$

Il a montré de plus l'existence d'une corrélation entre les valeurs $\varepsilon_{\text{obs}} - \varepsilon_{\text{cal}}$ et le spectre moyen. Les étoiles dont le spectre moyen est moins avancé que ne le voudrait la

(1) *Harv. Bull.* 872, 1930.

(2) *Ibid.* 880.

relation période-spectre donnent des valeurs positives pour $s_{\text{obs}} - s_{\text{cal}}$ et vice versa. Les étoiles dont la courbe de lumière est anormale ont aussi un spectre moyen anormal, et ainsi une connaissance de la dissymétrie de la courbe de lumière associée avec la relation période-spectre donne une détermination plus précise du spectre moyen que ne le ferait cette dernière relation prise isolément.

Enfin nous avons étudié la corrélation entre le spectre et le coefficient de dissymétrie en calculant le coefficient de corrélation de ces deux éléments :

$$r = + 0.305 \pm 0,080$$

Le signe $+$ montre que le coefficient de dissymétrie augmente lorsque le type spectral avance mais la corrélation entre ces deux éléments est très faible. D'ailleurs, c'est une conséquence de deux corrélations déjà constatées : celle du type spectral avec la période et celle du coefficient de dissymétrie avec la période.

*
* *

En résumé, parmi les diverses relations constatées entre les différents éléments des céphéïdes, la loi période-luminosité qui est la plus nette est fondamentale. Etroitement liée avec elle est la relation période-spectre. Ensuite vient le diagramme de Russell qui exprime la corrélation entre spectre et magnitude absolue. En examinant les courbes de lumière nous avons constaté d'abord la relation entre les amplitudes des magnitudes et des vitesses radiales puis nous avons étudié la distribution des divers éléments de la courbe de lumière tels

que période, magnitude apparente, amplitude de variation d'éclat et la dissymétrie de la courbe de lumière etc... ainsi que les rapports qui peuvent exister entre eux. Pour montrer la nature de ces relations, voici ci-dessous les coefficients partiels de ces corrélations :

TABLEAU XXIII

Corrélations		valeur de coefficient r	Erreur moy. de r	Nomb. d'obj. utilisés
log P	— Mv	— 0,971	$\pm$ 0,006	86
log P	— Sp	+ 0,860	$\pm$ 0,018	206
Sp	— Mv	— 0,786	$\pm$ 0,028	184
Sp	— Mv	— 0,742	$\pm$ 0,046	97
log P	— Δ Sp	+ 0,174	$\pm$ 0,116	70
Sp	— Δ Sp	+ 0,131	$\pm$ 0,117	70
log P	— ϵ	+ 0,586	$\pm$ 0,048	187
Sp	— ϵ	+ 0,305	$\pm$ 0,080	128
log P	— m_v	+ 0,330	$\pm$ 0,064	120
log P	— m_v	+ 0,463	$\pm$ 0,088	73
log P	— C	+ 0,517	$\pm$ 0,088	69

Quoique la relation période-magnitude-absolue soit la plus prononcée, il semble très probable d'après Miss Payne (1) et d'autres que cette relation elle-même n'exprime pas une loi mathématique car les caractéristiques générales de céphéïdes possèdent des dispersions assez considérables. Vue de la multiplicité des corrélations constatées, Lundmark a proposé (2) une équation

(1) *Harv. Bull.* 876 (1930)

Payne : *Stars of high luminosity* (1931).

(2) *Herv. Bull.* 876 (1930)

assez compliquée pour calculer la magnitude absolue M :

$$M = a \log P + b \log^2 P + C \Delta m + d \varepsilon_1 + e \varepsilon_2 + f S + g \Delta S + h \Delta V + i$$

où P est la période, m l'amplitude de la variation d'éclat,

$$\varepsilon_1 = (\varphi_m - \varphi_M)/2, \quad \varepsilon_2 = (\varphi_\Delta - \varphi_M)/2$$

S l'indice spectral, ΔS l'amplitude de l'indice spectral et ΔV l'amplitude de la vitesse radiale, tandis que $a, b, c, \dots, i$ sont des constants à déterminer. Si on dispose d'un matériel suffisant cette équation résolue par la méthode de moindres carrés donne la magnitude absolue M . Pour un tel calcul il y a certainement avantage à se servir de systèmes anagalactiques tels que les Nuages de Magellan. D'après Lundmark le matériel suffisant n'existe pas encore dans le cas des céphéïdes galactiques et pour ces étoiles il n'est même pas possible de recueillir actuellement des données suffisantes pour déterminer M selon la méthode proposée.

CHAPITRE V

Aperçu sur les hypothèses relatives aux Céphéïdes.

Ayant examiné les différentes caractéristiques ainsi que la multiplicité des relations de variations des céphéïdes, on se demande naturellement quelles en sont les causes fondamentales. En fait depuis une trentaine d'années un certain nombre d'hypothèses ont été proposées pour rendre compte des variations des céphéïdes. Nous allons passer en revue dans l'ordre chronologique ces théories des céphéïdes.

1° — La plus ancienne a été proposée par Roberts (1) qui a émis l'hypothèse que la variation d'éclat de l'étoile serait due à la hausse de température que subit le compagnon à son passage au périastre. Mais on a démontré (2) qu'un tel événement ne pourrait jamais augmenter la brillance totale d'une étoile au maximum que de deux fois la brillance au minimum. En fait le rapport des brillances au maximum et au minimum est beaucoup plus élevé que cette quantité (3 pour δ céphée et 9 pour τ Monoceros) et par conséquent l'idée de Roberts est insoutenable.

2° — Peu de temps après Eddie (3) a supposé qu'on pourrait expliquer l'augmentation rapide de l'éclat et sa variation périodique par l'effet des marées qui se produisent dans le compagnon brillant quand celui-ci approche

du corps sombre principal (au périastre ou dans le voisinage). Mais il est très improbable qu'un tel effet puisse s'éteindre régulièrement et d'ailleurs les variables à éclipse du type Algol dont les périodes sont inférieures à celles de céphéïdes et que l'on suppose être des binaires plus serrés que les céphéïdes, ne montrent pas avec évidence l'effet de marées sur leur brillance.

3° — L'idée d'un milieu résistant a été proposé pour la première fois par Curtiss (4) puis développée par Lond (5). D'après cette hypothèse le compagnon se mouvrait dans un milieu résistant qui augmenterait l'éclat de la partie de l'étoile qui fait face à la direction du mouvement. Mais selon cette hypothèse l'éclat maximum devrait avoir lieu au périastre ou dans son voisinage et non au moment de la plus grande vitesse d'approche ainsi que le montre l'observation.

4° — Duncan (6) a supposé que le changement d'éclat serait dû à la variation de l'absorption d'une enveloppe atmosphérique autour de l'étoile brillante. Une enveloppe très rare de matière nébuleuse entoure le corps le plus sombre du couple et l'atmosphère de la composante brillante est accumulée à l'arrière par le frottement du milieu de telle sorte que son épaisseur sur la face avant soit moindre que celle qui recouvre la face arrière. Ainsi les positions d'éclat au maximum et au minimum sont facilement expliquées. Quoique cette hypothèse soit très attrayante elle n'est pas consistante avec les faits. Remarquons par exemple que la couronne solaire qui est une

atmosphère étendue autour du soleil ne présente pas la partiularité d'être moindre sur la face arrière (7).

Shapley (8) a montré que d'après les anciennes théories qui attribuaient la variation au mouvement orbital du système binaire, les étoiles elles-mêmes devaient être beaucoup plus grandes que leurs orbites, en sorte que le compagnon devrait passer à l'intérieur du corps principal. En conséquence de cette difficulté et de beaucoup d'autres, les hypothèses d'un système binaire dans un milieu résistant devient insoutenable.

5° — La théorie qui obtient aujourd'hui la majorité des suffrages est celle de la pulsation proposée par Shapley (9) et développée mathématiquement par Eddington (10). Le changement * simultané d'éclat, de couleur et de type spectral montre clairement que la cause immédiate de ces variations est due à la variation de la température sur la surface de l'étoile ou tout au moins sur la partie qui nous est visible. D'autre part, l'amplitude et la rapidité de ces changements (p. 92) indiquant une rapide transformation périodique de l'énergie calorifique en une autre forme d'énergie, après quoi le procédé inverse aurait lieu, car la perte d'énergie par radiation est petite dans l'intervalle si court d'une période de céphéïde. La régularité dans l'oscillation nous fait penser que l'autre forme d'énergie en jeu est probablement celle de gravitation. Ces faits et leurs conséquences ainsi que les changements observés dans la vitesse radiale sont bien expli-

* D'après l'exposé de Russel-Dugan-Stewart : *Astronomy* Vol II p. 808

qués par la théorie de la pulsation qui attribue tous ces changements à la dilatation et à la contraction périodique de l'étoile sous les effets combinés de la gravitation et de l'élasticité des gaz dont l'étoile se compose.

Une étoile normale comme le soleil est sans doute en équilibre dans son intérieur, la pression en un point quelconque due au poids des couches supérieures étant équilibrée par celle des gaz incandescent aidée de la pression de radiation. Supposons que par une certaine force extérieure une étoile soit comprimée jusqu'à ce que son rayon devienne par exemple 10 % plus petit. La force de gravitation et la pression résultante sur un point quelconque deviennent plus grandes mais cette force de compression chauffe le gaz et ainsi augmente sa pression. Un calcul nous montre que la croissance de la pression des gaz sera la plus grande de ces deux forces, de sorte que l'étoile dans cet état tendrait à se dilater et à retourner à ses dimensions initiales. Lorsqu'elle est revenue à cet état, elle continue cependant à se dilater rapidement et l'inertie de la matière en mouvement l'emportera au delà de la position d'équilibre jusqu'à un état tel que la pression des gaz à l'intérieur étant devenue trop petite pour contrebalancer l'effet de la gravitation l'étoile tend à se contracter. Ainsi, si une fois l'équilibre est troublé, une série d'oscillations régulières commencent à s'établir autour de la forme initiale. La période d'une telle pulsation devrait être inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité du gaz et dépendre aussi de la

loi selon laquelle la pression du gaz croît lorsque son volume diminue.

D'après cette théorie, la variation de la vitesse radiale est due au mouvement de la surface s'approchant ou s'éloignant de la terre lorsque l'étoile se dilate ou se contracte. La température dans l'intérieur de l'étoile devient la plus élevée lorsque son diamètre est le plus petit, mais comme les couches superficielles ne reçoivent pas beaucoup de compression l'intérieur s'échauffe bien plus que la surface et la chaleur prend un peu de temps pour parvenir à la surface. quand l'étoile se dilate rapidement, le maximum de température superficielle et d'éclat aurait donc lieu un peu en retard, ce qui est un fait d'observation (p. 105). De la même manière la plus basse température arrive au début de la contraction de l'étoile. Plus étendue est l'amplitude de pulsation, plus grande serait la variation d'éclat et de vitesse radiale ; ceci s'accorde aussi avec l'observation (p. 103).

Eddington a montré que lorsque l'amplitude est considérable, l'intervalle qui s'écoule de la plus grande contraction à la plus grande expansion (c'est aussi du minimum au maximum d'éclat) doit être plus court que l'intervalle d'un maximum au minimum suivant (p. 114) ; mais l'analyse mathématique devient ici si compliquée qu'il n'est pas pratique de l'utiliser pour calculer la forme exacte des courbes de vitesse et de lumière.

Qualitativement, la théorie de la pulsation explique d'une manière satisfaisante les observations. Indiquons encore une épreuve quantitative. L'amplitude d'oscillation

de la surface calculée au moyen de la vitesse radiale devrait être une petite fraction du rayon de l'étoile. Cette longueur peut être trouvée par la valeur « a sini » en supposant que la vitesse radiale est due au mouvement orbital. Si toute la lumière que nous recevons venait d'un point de la surface qui se meut directement vers nous, ces deux quantités, la longueur correspondant à la dilatation et celle correspondant à la contraction, devraient être égales ; une réduction due au fait qu'une partie de la surface visible se meut obliquement, doit être faite en augmentant les valeurs calculées pour a sini d'environ 40 %, tandis que le rayon de l'étoile peut être calculé d'après la magnitude absolue et le type spectral. Pour montrer ce calcul, nous donnons ci-dessous un tableau (11) qui résume les résultats pour un nombre de céphéides de périodes différentes :

TABLEAU XXIV

Etoiles	P	m	Sp	M	A sin i en 10 ⁶ de km
RR Lyr	0.57	7 ^m 1 à 7 ^m 8	A ⁶	— 0.4	0.17
SV Cas	1.95	5. 9 à 6. 3	F ⁵	— 1.2	0.30
α UMi	3.97	2. 1 à 2. 2	F ₃	— 1.8	0.15
δ Cep	5.37	3. 7 à 4. 6	F ⁸	— 2.2	1.27
η Aql	7.18	3. 7 à 4. 6	F ⁹	— 2.6	1.77
ζ Gem	10.15	3. 7 à 4. 3	F ⁹	— 3.2	1.80
X Cyg	16.38	6. 0 à 7. 0	G ⁰	— 3.9	6.12
Y Oph	17.12	6. 1 à 6. 5	G ⁰	— 4.0	1.79
γ Car	35.52	3. 6 à 5. 0	G ⁰	— 5.1	8.59

Rayon R	a sin i	Masse	Densité ρ	P	$\sqrt{\rho}$
en 10 ⁶ de km	R	O = 1	O = 1		
4	0.04	4.6	0.022	0.09	
9	0.03	6.3	0.003	0.10	
15	0.01	8.5	0.0008	0.11	
18	0.07	10.5	0.0006	0.13	
24	0.07	13	0.0003	0.13	
30	0.06	18	0.0002	0.15	
48	0.13	26	0.00008	0.15	
50	0.04	28	0.00008	0.15	
80	0.10	50	0.00003	0.19	

Nous voyons dans le tableau que la valeur maximum pour $a \sin i, R$ est 0,13 seulement et la moyenne pour ces étoiles n'est que 0,06. Les observations spectroscopiques indiquent aussi un changement de rayon d'environ 8 % de part et d'autre de la moyenne, ce qui n'est pas une quantité excessive. Remarquons que les plus grandes valeurs de ces rapports sont accompagnées des plus grandes amplitudes de pulsation.

En supposant le rayon constant et la température de 6.000 K ; une variation de magnitude apparente de 0,04 de part et d'autre de la valeur moyenne conduirait à une variation de température de 500° autour de la valeur moyenne soit environ 8 %. Le changement réel de la température superficielle est probablement du même ordre de grandeur.

Enfin si nous tirons de la relation masse-luminosité les masses des étoiles, nous déduirons la densité ρ (colonne 10). Cette densité est faible, mais comme cela doit l'être pour les étoiles géantes, d'ailleurs pas plus faibles que celles de beaucoup d'autres géantes. Le produit $P \sqrt{\rho}$ est sensiblement constant comme cela doit être théoriquement ; en effet l'accroissement graduel pour les étoiles de période plus longues a été prévu théoriquement par Eddington.

Ainsi la théorie des pulsations explique tellement bien presque toutes les caractéristiques des céphéïdes qu'elle est généralement acceptée comme l'hypothèse la plus satisfaisante proposée jusqu'à maintenant pour rendre compte des variations des céphéïdes. Cependant il n'est

pas encore bien démontré que cette pulsation peut expliquer l'augmentation très rapide d'éclat qu'on a observée chez des variables d'amas, non plus la théorie a pu donner encore une explication satisfaisante pour la remarquable relation entre la période et la magnitude absolue.

6° — Disons enfin quelques mots sur la théorie de la scission de Jeans (12) qui suppose que les céphéïdes sont des étoiles en rotation chez qui la force centrifuge est si grande par rapport à la gravitation que ces étoiles sont sur le point de se diviser en deux parties et dans leur état final elles deviendront après scission des variables à éclipse. Une telle masse ressemble à un ellipsoïde très allongé avec un axe équatorial deux fois plus long que son petit axe autour duquel il tourne. Cette masse est soumise à des oscillations qui la font alternativement plus ou moins allonger et augmentent très lentement la longueur de son grand axe jusqu'à ce qu'elle se brise en deux. La variation d'éclat est due autant à l'oscillation qu'à la rotation de la masse allongée. Ainsi Jeans a expliqué les courbes de lumière des céphéïdes et des variations à longues périodes. Il a montré aussi que sa théorie peut rendre compte de la relation approximativement constante entre la période et la densité, mais il n'a pas encore réussi à expliquer les particularités de la courbe de vitesses. Ainsi l'hypothèse de la scission explique moins bien les faits d'observation que celle de la pulsation.

En réalité, nous ne savons pas d'une façon certaine, comme dit Shapley, ce que c'est que les céphéïdes. Nous ne savons pas non plus comment leurs variabilités appa-

raissent et disparaissent. Nous avons une vaste accumulation d'observations, mais encore trop peu ; nous avons de nombreuses théories et interprétations, peut-être trop. Nous restons encore dans l'obscurité au sujet de quelques propriétés les plus fondamentales des céphéïdes. Malgré notre ignorance, les céphéïdes sont considérées, cependant, comme un type d'étoiles des plus utiles dans le ciel. Comme répartition elles se trouvent partout au voisinage du soleil, dans les nuages de la voie lactée, dans les amas, les nuages de Magellan et les nébuleuses extragalactiques. Les variations de leur spectre et de leur température soulèvent continuellement des questions sur l'âge et l'évolution des étoiles super-géantes. Leur caractéristique la plus curieuse est la propriété de révéler leur magnitude absolue et ainsi leur distance simplement par la période de variation d'éclat. C'est par cette propriété trouvée empiriquement, développée et utilisée pendant ces derniers quinze ans que nous avons pu nous rendre compte des dimensions considérables de la galaxie, et des distances encore plus effrayantes des systèmes extragalactiques.

Index bibliographique

- (1) A. W. Roberts. — *Close binary systèmes and their relation to short-period variables* (*Astroph. J.* Vol. II. p. 283).
- (2) Brunt. — *The Problem of the céphéïde variables* (*The Observatory*. Vol. 36 p. 60)
- (3) L. A. Eddie. — *The short-period variable δ Céphéï* (*Astroph. J.* Vol. III. p. 227).
- (4) R. H. Curtiss. — *Astroph. J.* Vol. 20 p. 186
- (5) F. H. Lond. — *A suggestion toward the explanation of short-périod variability.* (*Astroph J* Vol. 26. p. 369).
- (6) *Lick obs. Bull.* Vol 5 p. 82.
- (7) Brunt — *Loc. Cit* p. 61.
- (8) Shapley — *Astroph J.* Dec. 1914.
The Observatory Vol. 38 p. 109 (1915).
- (9) Shapley — *Three notes en cepheid variation* (*Astroph. J.* vol. 49, p. 24).
Shapley et Adams — *The cause of Cepheid variation* (*The Observatory* vol. 42, p. 167.
- (10) Eddington. — *On the pulsation of a gaseous star and the problem of Cepheid variables* (*M. N.* 79, 1919 p. 2-22 (part I) et p. 177-188 (part II).
— *The pulsation théory of cepheid variables* (*The Observatory* vol. 40 p. 290-293).
— *Cepheid variables and the Age of the stars* (*The Observatory* vol. 41, p. 379-380).
- (11) Russell-Dugan-Stewart. — *Astronomy*, vol. II p. 808.
- (12) Jeans — *Astronomy and Cosmogony*.
— *The Problem of the Cepeïd variable* (*The Observatory*, vol. 42 (1919) p. 88).
— *On Cepheid and long period variation and the formation of binary stars by Fission* (*M. N.* 82 (1922) p. 38-41).

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Équations Canoniques d'Hamilton

Vu et approuvé :

Paris, le 14 Juin 1933.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

Ch. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

S. CHARLÉTY.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

<i>Aperçu historique et caractéristiques générales</i>	5
--	---

CHAPITRE I

<i>Détermination du zéro de la relation période-luminosité</i> ..	11
Classification des Céphéïdes en deux groupes	11
Découverte de Miss Leawitt	13
Etude statistique de la corrélation entre la période et la magnitude absolue des Céphéïdes	16
Relation Période-luminosité	19
Détermination du zéro — Méthode des magnitudes absolues hypothétiques	22
Résultats numériques	26
Discussion sur les vitesses radiales et les mouve- ments propres des Céphéïdes	32
Catalogue des vitesses radiales des Céphéïdes ..	41
Catalogue des mouvements propres des Céphéïdes ..	46

CHAPITRE II

<i>Distribution des Céphéïdes</i>	53
1° en longitude et latitude galactique	53
2° dans l'espace	56
3° en distance au plan galactique	59
4° en distance au soleil	63

CHAPITRE III

<i>Distribution des vitesses résiduelles des Céphéïdes</i>	69
Méthode et résultats numériques	
Etude de la rotation galactique au moyen des Céphéïdes	75
Méthode et résultats numériques	

CHAPITRE IV

<i>Quelques relations entre les différentes caractéristiques des Céphéïdes</i>	82
Relation période-spectre	82

Etude théorique de la relation période-huminosité	89
Relation période-densité-moyenne	91
Corrélation entre la période et l'indice de coloration.	93
Relation période-densité-moyenne	94
Relation spectre-magnitude absolue	98
Relation entre les amplitudes des courbes de lumière et de vitesse	102
Caractéristiques de la variation d'éclat	105
(a) amplitude de la variation d'éclat ..	106
(b) Corrélation entre l'amplitude et la période	108
(c) Magnitude moyenne des Céphéïdes	109
(d) Magnitude moyenne et période	111
(e) Dissymétrie des courbes de lumière	114
Résumé	119

CHAPITRE V

<i>Aperçu sur les hypothèses relatives aux Céphéïdes</i>	122
1° passage au périastre	122
2° effet de marées	122
3° milieu résistant	123
4° absorption atmosphérique	123
5° pulsation	124
6° scission.	129
Index Bibliographique	231

